

Colección Freud \diamond Lacan
Dirigida por Roberto Harari

Jeanne Granon-Lafont

LA TOPOLOGÍA BÁSICA
DE JACQUES LACAN

VERANO '81

En la Uue. Nôis, Lemaitre

MLG
JMS

Ediciones Nueva Visión
Buenos Aires

Título del original en francés: *La topologie ordinaire de Jacques Lacan*.
Publicado por Point Hors Ligne, Paris, colección dirigida por Gérard Pommier.

Traducción de Irene Agoff

Edición 3ª. Marzo 1999

Toda reproducción total o parcial de esta obra por cualquier sistema, incluyendo el fotocopiado, que no haya sido expresamente autorizada por el editor constituye una infracción a los derechos del autor y será reprimida con penas de hasta 6 años de prisión (art. 72 de la ley 11.723 y art. 172 del Código Penal).

I.S.B.N.: 950-602-129-5

© 1987 por Ediciones Nueva Visión SAIC

Tucumán 3748, Buenos Aires, República Argentina

Queda hecho el depósito que marca la ley 11.723

Impreso en la Argentina / Printed in Argentina

COLECCION FREUD ◊ LACAN

"El buen lector hace el buen libro."
R. W. Emerson, *Society and Solitude*

Suele salvarse este lugar expositivo recurriendo a los inmovilizantes sintagmas cristalizados que ornan el muro del lenguaje; así, por ejemplo, sucede con la suerte de disculpa justificatoria merced a la cual de una nueva Colección se dice que "viene a cubrir un vacío", o que "llena una sentida necesidad del público". Según se desprende de lo apuntado, el sesgo de la falta nos apela de inmediato: ¿pritación, frustración o castración? ¿Del significante de la falta en el Otro? ¿Del objeto como faltante? ¿De...? No: se trata de si esta Colección "hace falta"; vale decir que, si cumple con su cometido, no obtendrá, no pondrá a cubierto, sino que reocasionará la dimensión de ese preciso punto nodal que nos trae el psicoanálisis. Pues éste, lejos de cualquier procura "todista", de cualquier unívoco-recetario del Amo, orienta su discurso tras la sanción simbólica que consagra la diferencia, la inconclusión, el goce de la no esclatitud.

Es en esa misma testitura que nos proponemos algo seguramente no grato para los adeptos a las fáciles concepciones, a las presurosas rotulaciones: la puesta en acto de una relación lógico-estructural acerca del nexa vigente entre las obras de Freud y de Lacan, abonando la inextrincabilidad referencial en cuanto a la intelección de ambas como productoras, claro, de nuevos efectos de conocimiento. ¿Colección freudiana? ¿Colección lacaniana? Nuestra respuesta debe localizarse en el punzón, ◊, de proficua resonancia en la enseñanza del maestro francés. Se sabe: por su intermedio, éste ensaya — en una de sus lecturas — ver-

tir al menos cuatro relaciones, deducibles de la descomposición —por partes— de la notación mentada. Por lo tanto: V, disyunción, y ^, conjunción; mas, también, la implicación-subsuncción jugada hacia un polo y/u otro de la conjuntización aseverada: >, <.

De ahí que, entonces, demos cabida en nuestro proyecto a las tentativas que se inscriban en el desafío implicado en la circunstancia de la lectura creativa con una y otra obra, abrogando cualquier unívoca, metafísica cerrazón. ¿No se capta que, de esta forma, cada una de ellas da cuenta de su insoslayable constitución desde el campo del Otro? Sin duda: tanto una como otra ortodoxia prefieren ungir el reinado impoluto, narcísico, propio de una yocracia autosuficiente que, de ese modo, se margina monádicamente de la confrontación y del eventual destaque de las benéficas, heterodoxas diversidades.

En consonancia con el punzonamiento que la funda, la Colección no tomará partido por la pertinente producción de tal o cual Institución, Grupo, Escuela, Universidad, Asociación o persona, sean ellos locales o extranjeros, pues la alienta una convocatoria pluralista que admite su obvia restricción estrictamente en el respeto —y en el respeto— del nivel y del rigor inherentes a los libros acogidos. Nuestro compromiso, por otra parte, será también el de cuidar al máximo las ediciones en lo atinente a la homogeneización terminológica de los conceptos utilizados en las traducciones, eliminando tanto las engañosas sinonimias cuanto las aprehensiones falaces, bastante difundidas en buena cantidad de los específicos textos circulantes.

Desde la por muchos denominada capital mundial del psicoanálisis nos lanzamos hoy junto a usted, amigo lector, a "hacer falta" a través de Freud y Lacan: como en un psicoanálisis, a ella le damos la palabra.

Roberto Harari

Buenos Aires, febrero de 1987

PRÓLOGO

En 1679, Leibniz define una nueva rama de las matemáticas con el término latino de "analysis situs". La traducción francesa literal, "étude de la place", en castellano "estudio del lugar", sitúa esta nueva disciplina en el origen de la topología.

Sin embargo, sólo toma cuerpo realmente con el primer teorema establecido por Euler en 1750. Euler determina una relación constante entre los vértices, caras y aristas de un sólido convexo, por ejemplo, los sólidos platónicos y los volúmenes de nuestra experiencia cotidiana, como la pirámide, el cubo, el paralelepípedo...: propone así una nueva solución para viejíssimos problemas de la geometría.

Este teorema, el primero en su género, suscitó diversas controversias, y fueron muchos los matemáticos que se pusieron a definir sus límites.

En el marco de estos estudios, Moebius descubre, en 1861, la figura que habría de pasar a la posteridad con su nombre: banda de Moebius. Se crean así las superficies uniláteras, que en cierto modo absorberán ramas enteras de las matemáticas y las someterán a sus leyes. En 1874, Felix Klein y Schläfli imponen la siguiente idea: el espacio de la geometría proyectiva es moebiano. Desde ahora, cuando se hable de funciones, será por remisión a la topología...

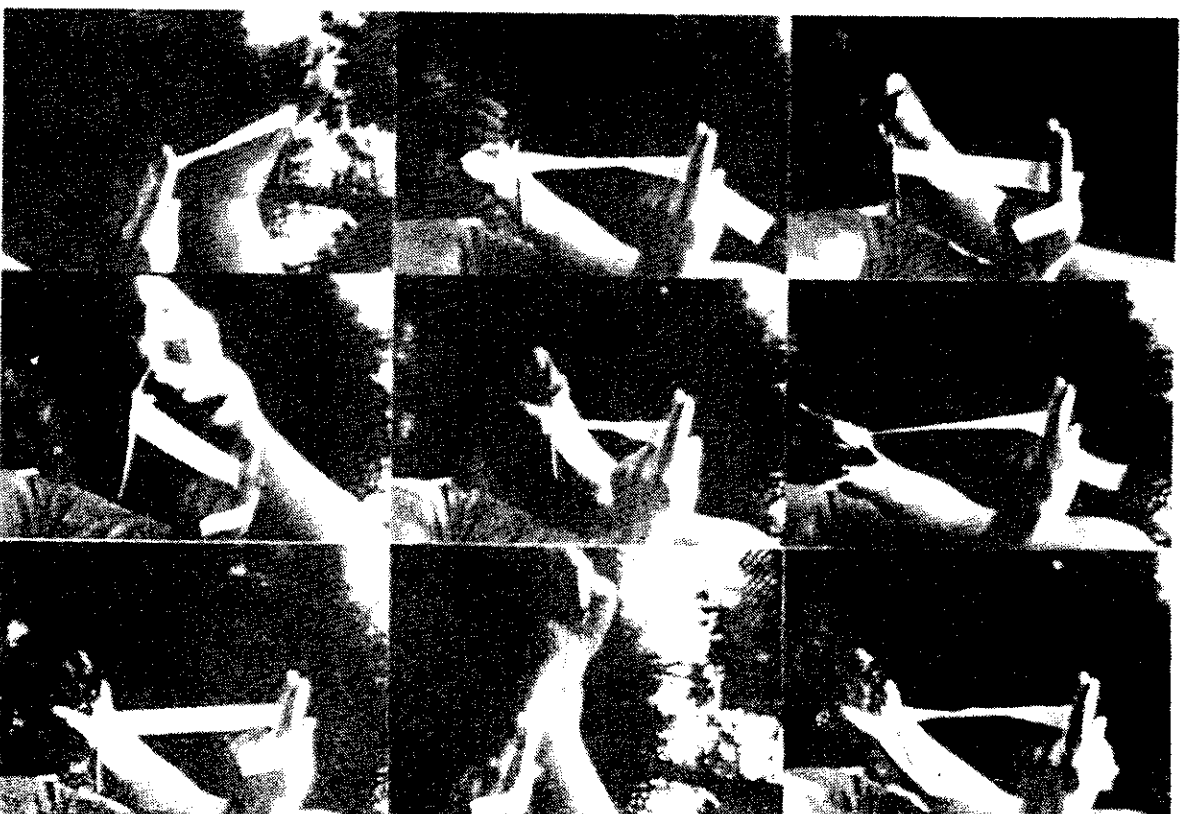
Es así como, en 1948, cuando Bourbaki reformula bajo la noción de estructura el conjunto de los descubrimientos matemáticos, enumera tres, o, para ser más precisos,

dos, a las que se añade un tercer grupo: la estructura de orden, la estructura de grupo y las estructuras topológicas, respecto de las cuales señala, en una nota, "que ellas salen de los límites del diseño".¹

El trabajo que aquí proponemos se sitúa en este "límite del diseño" matemático. Se trata de estudiar, partiendo del psicoanálisis y de los avances de Jacques Lacan en este terreno, las principales estructuras topológicas.

Notas

¹ Bourbaki, nota 3 de "Architecture des mathématiques", artículo de *Les grands courants de la pensée mathématique*, presentados por F. Le Lionnais (nueva edición, Albert Blanchard, París, 1962).



Torsión completa de la cucharilla

Capítulo 1

EL ESPACIO, LA ESTRUCTURA

“En el principio fue el espacio”.

Esta paráfrasis de San Juan y de Goethe aspira a poner de relieve la importancia de la noción de espacio; por lo que nos atañe, la colocamos como exergo de nuestro estudio sobre la topología lacaniana.

Una pequeña experiencia nos ayudará a abordarla. Tomen ustedes una cucharilla y suspendanla de una cinta fijada a su parte superior. Esta cinta materializa el lazo de la cuchara, nuestro objeto de experiencia, con el espacio.

Si hacemos dar a la cuchara una vuelta completa sobre sí misma alrededor de un eje vertical, recobra su posición inicial, pero la cinta, inicialmente plana, acusa ahora una torsión helicoidal que revela la operación efectuada.

Después de dos vueltas, y luego tres, la cinta presenta una torsión primero doble, después triple...

De este modo, echando un vistazo a la cinta inicialmente plana, podemos conocer el número exacto de revoluciones completas efectuadas por la cuchara.

Si ahora se hace dar a la cuchara una vuelta sobre sí misma, por ejemplo en el sentido de las agujas del reloj, y sí, manteniéndola rigurosamente paralela a sí misma, se la hace pasar por encima de la parte vertical de la cinta y se la devuelve a su posición primera, al pie de la cinta, se comprueba que ésta ya no ofrece vestigios de torsión ninguna. Aunque la cuchara no haya cambiado de orientación en ningún momento, su mero desplazamiento ha anulado exactamente la revolución inicial. (Cf. las fotografías del comienzo del capítulo.)

Esta experiencia nos aporta varias informaciones: en primer lugar, permite un enfoque eficaz de la noción de espacio. La relación entre la cucharilla y la cinta es la misma que guarda un objeto en su espacio. Si toman ustedes un libro y le imprimen los mismos movimientos, no verán aparecer el espacio, que en la manipulación corriente de los objetos permanece desconocido. La cuchara es un objeto invariante sumergido en el espacio. Las relaciones entre los movimientos de revolución (las vueltas) y los movimientos de traslación estructuran este espacio y lo definen.

La topología general es el estudio, la ciencia de estos espacios y de sus propiedades.

No se trata, como en la geometría euclidiana clásica o incluso en la de Lobatchevsky o de Riemann, de producir un sistema de cálculos y notaciones que permitan situar un objeto y sus desplazamientos en el espacio. Se trata de describir, habida cuenta de la invariancia del objeto, al espacio mismo. Para abordar la topología, y en particular la que utiliza Lacan, es imprescindible tomar conciencia de este cambio de perspectiva. Lacan dijo, por ejemplo, en "R.S.I.": "todo espacio es plano, hay matemáticos que escribieron esto con todas las letras" (Seminaro del 14 de enero de 1975). ¿De qué manera debemos entender esta afirmación?

En sí mismo, el espacio no incluye la dimensión de profundidad, la famosa tercera dimensión. Sólo para aquel que está sumergido en el espacio, según sus movimientos desplazados en el tiempo, hay un antes y un después y, por consiguiente, un delante y un detrás. Los topólogos, para manipular esta percepción y sus efectos ilusorios, recurrieron clásicamente a la metáfora de la hormiga.²

Imaginemos una hormiga a la que prestamos el mismo sistema de percepción de un hombre reducido a su tamaño. Este animal se pasea por una cinta de Möebius, superficie plana de dos dimensiones, que de este modo se define en relación con su entorno inmediato. En cambio, el horizonte, el punto donde la banda se vuelve, donde inicia su torsión, siempre en relación con su entorno inmediato, es percibido como profundidad. Ahora bien, esta profundi-

dad tiene como medida el tiempo que pondrá la hormiga en alcanzar el punto de torsión, punto que no alcanzará nunca toda vez que, cuando llegue a él, otro horizonte se presentará siempre como tercera dimensión, como profundidad.

Lo "plano" se define como la superficie de un cuadro encerrado en un borde, y el espacio es definido por la percepción de la profundidad. Se trata del horizonte, del que sabemos que no es un límite sino, topológicamente, el tiempo que necesitaríamos para llegar a él.³ Clínicamente, esta realidad de nuestro espacio es fundamental para considerar el estado del mundo del psicótico, del que se dice que no tiene límite, es decir, que no tiene dimensión temporal. El tiempo, desde un punto de vista topológico, es la dimensión del espacio considerado como plano, como superficie. Por ejemplo, en nuestra experiencia de la cucharilla, las relaciones entre movimientos de revolución y de traslación estructuran ese espacio que es el nuestro, y lo definen. Existe además una propiedad de nuestro espacio corriente así presentado que conduce a las diferencias de espacio, de estructuras. Para demostrarlo, tendremos que dar un rodeo obligado. Intentaremos demostrar algo que, a nuestro juicio, es un error de Jean-Marc Lévy-Leblond, a quien pertenece la experiencia de la cucharilla que hemos descrito.⁴ Citemos de inicio un fragmento de su exposición: "lo sorprendente es el papel completamente particular cumplido por la revolución de doble vuelta". Hecha nuevamente la experiencia, después de una revolución inicial de una sola vuelta completa, encontramos que la cinta presenta una torsión de una vuelta en la dirección inversa a la primera. Sin revolución suplementaria y por simples desplazamientos paralelos de la cuchara, es posible modificar de dos en dos el número de vueltas completas exhibidas por la torsión de la cinta.

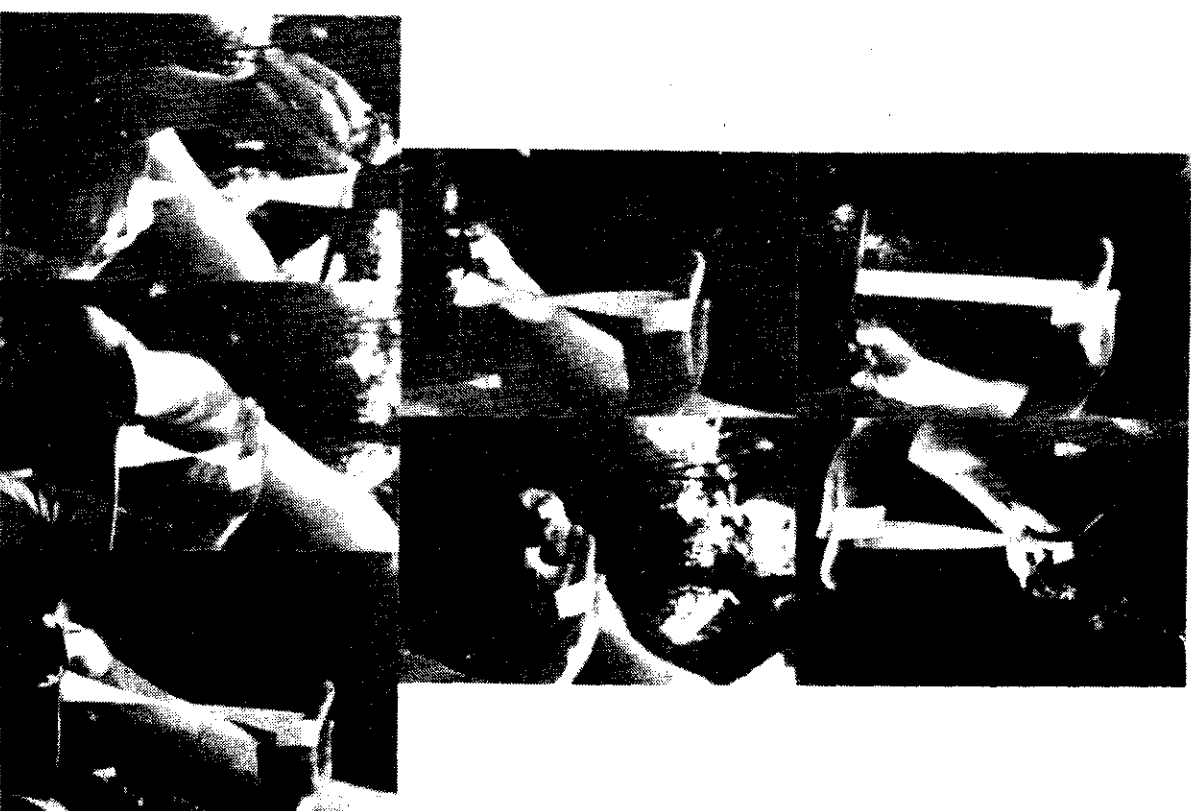
"Hay una diferencia de naturaleza esencial entre las rotaciones que comprenden un número par de revoluciones y aquella que comprende un número impar. Así, pues, podemos decir que no es suficiente dar a un objeto una vuelta completa sobre sí mismo o tres o cinco... para devolverlo

exactamente a las mismas condiciones de relaciones con su entorno espacial. Para lograrlo, hay que efectuar dos (o cuatro) vueltas completas y la unidad de base resulta ser la doble vuelta.”

Jean-Marc Lévy-Leblond continúa: “Tenemos aquí, pues, una propiedad fundamental, a la vez extraordinariamente simple y perfectamente enigmática, del espacio en que vivimos. A nuestra escala, esta propiedad no tiene, por lo que sé, otras manifestaciones que la de permitir ciertos pases a los ilusionistas profesionales. En cambio, tiene una considerable importancia en la física microscópica. La teoría cuántica basa en esta propiedad la existencia de dos clases distintas de partículas fundamentales: los ‘bosones’, descritos por seres matemáticos que una revolución simple deja sin cambiar, y los ‘fermiones’, que exigen, por el contrario, una doble revolución para recuperar su descripción inicial. Si ahora sabemos que los ‘fermiones’ obedecen al principio de exclusión de ‘Pauli’ que, aplicado a los electrones, explica lo esencial de las propiedades de la materia ordinaria, vemos que no se trata aquí de una simple curiosidad académica. En verdad, fueron precisamente el descubrimiento experimental, y luego la comprensión teórica de los ‘fermiones’ en el nivel altamente esotérico de la física cuántica fundamental, los que permitieron alcanzar la fuente de sus extrañas características, finalmente halladas en la inesperada diferencia de naturalidad entre vuelta simple y doble.”

Lo que esta experiencia pone en juego no es poca cosa y, tal como se la presenta, tiene para nosotros un defecto. El error se sitúa a nivel de la denominación de la particularidad de nuestro espacio corriente y, a su respecto, la cinta de Moebius aquí resulta erróneamente desconocida.

Si volvemos a la demostración, hemos de apuntar la diferencia entre torsión y semitorción. J.M. Lévy-Leblond habla de revolución de doble vuelta, mientras que se trata de una media vuelta. Una vuelta de la cucharilla da una torsión de cinta, a saber, dos semitorciones. La traslación en el espacio, por encima del punto de enganche de la cinta, modifica siempre la cinta de dos en dos semitorciones.



Semitorción de la cucharilla

La cucharilla puede dar tres vueltas completas: esto da tres torsiones de cinta, seis semitorciones visibles, y tres traslaciones para volver a la primera posición de la cinta.

En cambio, si hacemos dar a la cuchara una media vuelta sobre sí misma, al trasladarla en el espacio, la cinta acusa una torsión completa. Presenta, pues, al final de la operación, una semitorción de sentido inverso al de la creada por la media vuelta de partida. Para la vuelta de la cucharilla, la unidad de base es un medio, como para la cinta, pero para la traslación la unidad es 1. En el espacio ordinario es imposible provocar, por traslación, una semitorción. Sólo aquí es donde encontramos la diferencia radical entre par e impar. Tres medias vueltas son fundamentalmente diferentes, para la cinta y para la materialización del espacio que ella opera, que dos o cuatro medias vueltas.

Esta experiencia hace aparecer en hueco el espacio moebiano o, más precisamente, el espacio del plano proyectivo. Si el espacio en el cual está sumergida la cinta fuera moebiano, una traslación haría desaparecer una media vuelta. También para la traslación, la unidad de base sería la media vuelta. Se lo puede demostrar haciendo recorrer a la cucharilla una cinta de Moebius.

Vemos así de qué manera estas relaciones estructuran el espacio, lo hacen materializable, mientras que casi siempre el espacio escapa a nuestra percepción. El objeto específico de los topólogos es esta noción del espacio y de las relaciones que lo estructuran.

Aquí es donde la topología concierne al psicoanálisis. En efecto, el psicoanálisis es un estudio de la estructura desbarbazada de un objeto psíquico único sustantivizado. La tendencia general del pensamiento es dar cuerpo, subjetividad, a uno de los conceptos de nuestra disciplina, por ejemplo el sujeto o lo inconsciente. El sujeto no es el objeto del psicoanálisis, del mismo modo que la hormiga y la cucharilla no son el objeto de estudio de los topólogos. Estos se interesan sólo en sus apariciones, sus trayectos y en las posibilidades que permite describir un espacio particular. Así sucede con el alma, noción que propone una representación ejemplar de esa tendencia a la subjetivización: el

estudio de sus profundidades no pone en juego para un topólogo más que cuestiones de recorrido en un espacio.

Por otra parte, los topólogos han establecido una noción del espacio que es idéntica a la estructura utilizada por las ciencias humanas. La topología revela ser el estudio de la estructura que está en juego en esas ciencias, como lo demuestran, *après-coup*, los descubrimientos de Jacques Lacan.

Esto se puede probar precisamente tomando apoyo en los estudios etnográficos de Lévi-Strauss, del que conocemos su importancia en la introducción del estructuralismo en ciencias humanas.

Tal es el caso del estudio llevado a cabo por Lévi-Strauss sobre el sistema matrimonial de los "Kasiera" (¿quién tiene el derecho de casarse con quién?)

Lévi-Strauss define la estructura de este sistema a partir de una división del conjunto de las clases matrimoniales en dos mitades patrilineales, división que es "perpendicular", dice, a la división en dos mitades matrilineales".

Aquí la palabra "perpendicular" no remite en absoluto a una definición matemática precisa, sino más bien a una visión intuitiva de un espacio, a un esquema que representaría a aquella estructura sobre dos perpendiculares. Además, sin entrar en detalles, Philippe Courrèges ha mostrado que el verdadero concepto matemático que sería aquí pertinente, sería el de "producto".⁵

También cabe citar el trabajo de Henri Pradelles sobre el sistema de parentesco de los trobriandeses (clásico objeto de estudio de Malinowski). Pradelles demuestra que el concepto de "dualidad de los cortes" constituye la mejor aproximación a esta particular estructura etnológica.⁶ Sin recurrir a una analogía forzada, estos ejemplos prueban que, desde su origen, el trabajo de los estructuralistas expresa la necesidad conceptual de acudir a la topología. En última instancia, tan pronto como un "esquema" posee un valor explicativo y hasta didáctico, la topología interviene como fundamento epistemológico de los conocimientos aportados por dicho esquema. A Lacan le cabe el mérito de haber procurado establecer esta especificidad de la

topología, y de haber indicado qué uso podían hacer de ella las ciencias humanas.

Por lo que se refiere a Lévi-Strauss, éste no aspiró a la exactitud en ese terreno, pues era bien consciente de la distancia que mediaba entre su trabajo y las formalizaciones matemáticas. En el prefacio a *Lo crudo y lo cocido*, dice expresamente: "Tenemos más conciencia que nadie de la amplitud de acepción con que tratamos términos como simetría, inversión, equivalencia, homología, isomorfía... Los utilizamos para designar gruesos paquetes de relaciones de las que percibimos confusamente que tienen algo en común." Es apropiada la alusión a una percepción "confusa": en efecto, consideramos no sólo que la topología está confusamente presente en toda la obra de Lévi-Strauss, sino además que ella es una puesta en práctica de esa percepción confusa de las estructuras. Nada tiene de impertinente decir que Lévi-Strauss hace topología sin saberlo, si consideramos, respecto de temas comunes como el complejo de Edipo, todo el trabajo de Lacan que consistió en esclarecer esa confusión desde una determinada óptica.

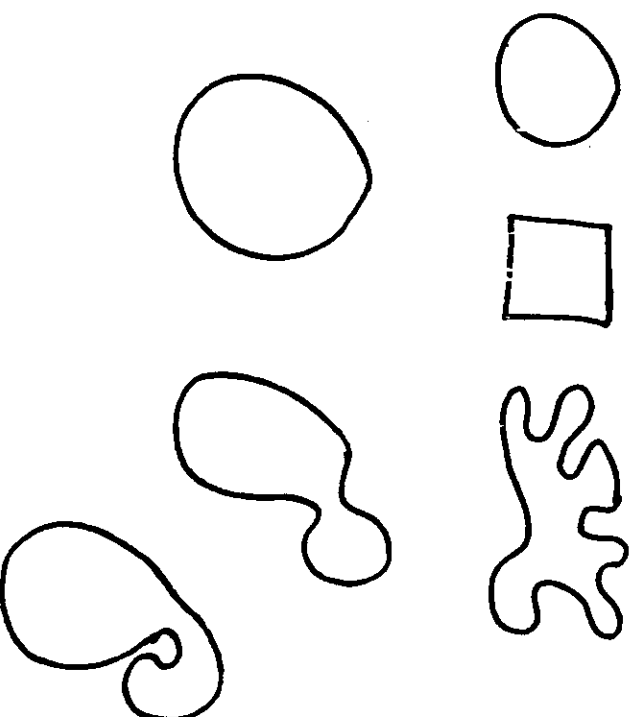
Así, pues, el propósito de nuestro trabajo no es saber cómo llegaron los matemáticos a interesarse en ese estudio del espacio y de los espacios, aunque renombrados topólogos como Poincaré hablen con respeto de la "intuición geométrica" que permite percibir confusamente esos "gruesos paquetes de relaciones"... Por el contrario, se trata de situar, a partir de lo que el psicoanálisis pone en juego, la topología de los espacios. Para ello, haremos de apoyarnos no en las exigencias del discurso matemático, sino en las necesidades internas del discurso analítico. La topología aclara las nociones sobre las que descansa la cura psicoanalítica. Recurriendo a las estructuras topológicas, le es posible a un psicoanalista localizar todo aquello que el sufrimiento psíquico pone en juego.

Ahora, pues, debemos abordar esta topología directamente.

Al tratar la noción de espacio, la topología no se interesa ni en la métrica ni en las proporciones. Ello hace que la igualdad se defina como el trayecto posible de una pre-

sentación a otra presentación. Se dice que dos figuras son idénticas si es posible, por una deformación continua, pasar de la una a la otra.

Según esta perspectiva, estos objetos son los mismos (ya se puede advertir la importancia del dibujo).

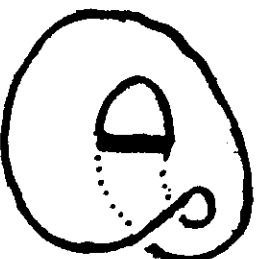
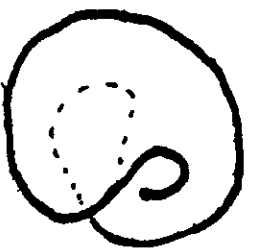


Una superficie como el disco puede variar continuamente sin modificar su estructura.

Sin embargo, en determinado momento hay una ruptura y se opera un pasaje de una estructura a otra diferente.

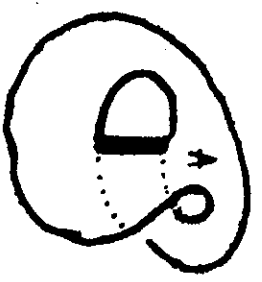
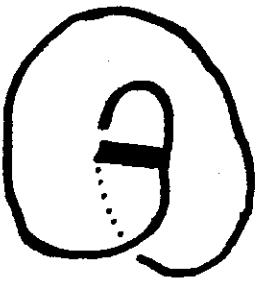
Esta transformación sólo fue posible por la lenta preparación continua de la superficie.

Así, pues, en el caso del disco, una parte de su superficie puede pasar por debajo del propio disco y es posible hacer reaparecer el pedazo que se había deslizado por debajo. De este modo se ha creado una línea de recorte [*récouplement*]



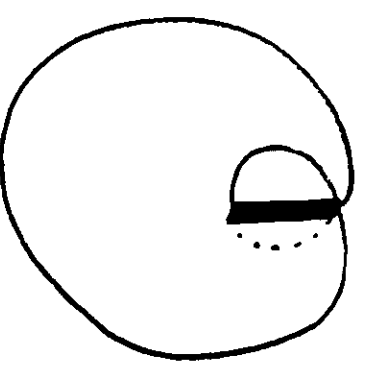
Esta línea de recorte marca el tránsito de una estructura de superficie sumergida a una estructura inmersa. Cambiamos radicalmente de terreno, pasando de las sumersiones a las immersiones.

A continuación, el agujero que designamos en el punto A puede reducirse a un punto: esto equivale a un fenómeno de torsión. Esta superficie puede ser vista como un disco que se habría retorcido sobre sí mismo. (La torsión posee un estatuto completamente aparte que será objeto de un capítulo entero.)



Por este fenómeno de recorte y de desaparición del agujero, hay una evidente transformación de la estructura.

Es intuitivamente perceptible que se cambia de espacio (aquí estamos ya en el espacio del plano proyectivo). A continuación, puede llevarse la línea interior hasta ese punto A. Se obtiene entonces el disco inmerso, construido sobre el ocho interior.



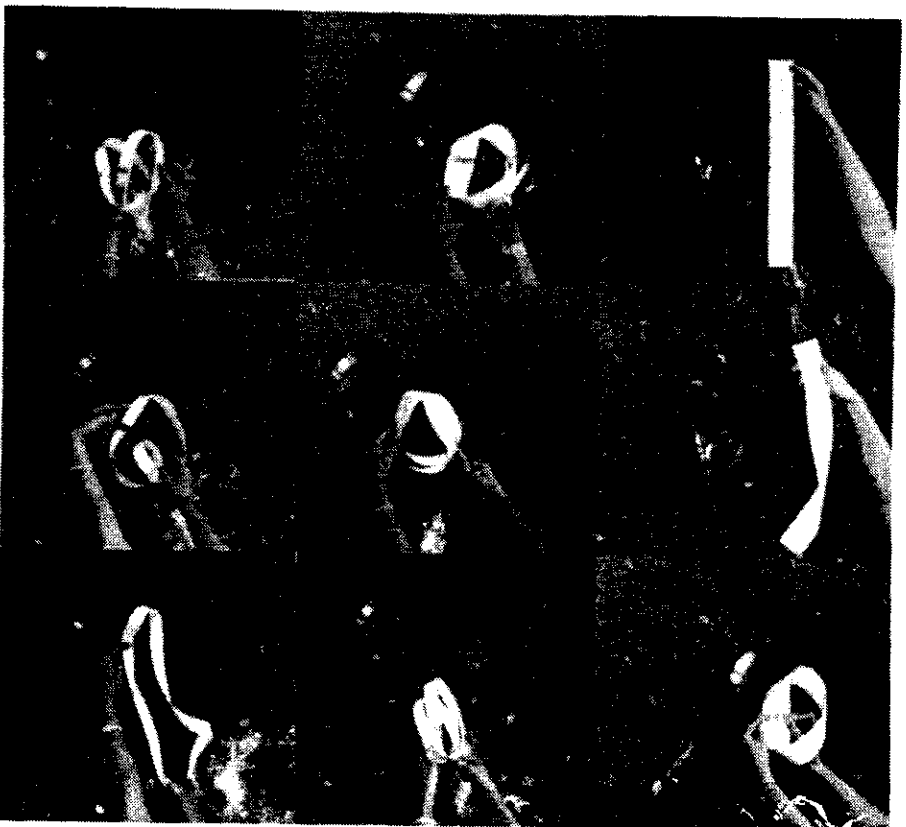
El ejercicio muestra a las claras por qué motivo se ha llamado a la topología "geometría de cambio".

El ejemplo hace fácilmente perceptible el juego de transformaciones en topología. Existe toda una dialéctica entre la preparación de una superficie por transformación continua de su dibujo y la aparición brusca de un acontecimiento, de un acto, de una operación, de un cambio de estructura de esa superficie o de su espacio de sumersión. Esta dialéctica entre el continuo de lo idéntico a lo idéntico y una ruptura estructural es fundamental para nuestro enfoque de la topología. Permite comprender qué es lo que condiciona la relación absolutamente particular con el tiempo y con la escansión que conocemos en la cura. A menudo, una interpretación no tiene efecto sino después de una larga serie de sesiones que sólo habrían hecho evolucionar la presentación del sintoma, sin modificar su estructura.

Planteados ya estos elementos preliminares, podemos emprender el estudio de los espacios topológicos. Posteriormente, veremos de qué modo el nudo borromeo viene a formalizar el recurso a las superficies. Y sólo al final, en un suplemento que adoptará la forma de índice, propondremos las definiciones matemáticas (señaladas en el texto por un asterisco) aplicables a la elaboración de esta presentación de la topología propia de Jacques Lacan.

Notas

- 1 Jacques Lacan, Seminario del 14 de enero de 1975, publicado en *OrnicarP* n° 3.
- 2 Hormiga que encontramos diabólicamente representada en imágenes que sirven de cubierta a las apariciones de *Quarto* (revista de la causa freudiana, en Bélgica).
- 3 Jean Claude Terrasson publicó en la revista *Littoral*, n° 5, junio de 1981, un texto que esclarece ampliamente esta cuestión.
- 4 En "L'Empire des lumières", *Traverses*, septiembre de 1978.
- 5 Philippe Courrèges, *Anthropologie et Calcul*, U.G.E., Col. 10/18, París, 1971.
- 6 Cf. el artículo de Charles-Henri Pradelles de Latour, *Littoral*, n° 11-12, febrero de 1984, París, "La parenté trobriandaise reconsidérée".



Corte de la banda de Moebius

Capítulo 2

LA BANDA DE MOEBIUS

Se trata de un objeto físico muy fácil de construir. Basta tomar una tira [*bande*] de papel y volverla a pegar sobre sí misma imprimiéndole un movimiento de torsión. Se obtiene así, a partir de la superficie de un rectángulo corriente, una superficie que presenta muchos fenómenos paradójicos. Este objeto que se sostiene fácilmente con la mano, se opone no obstante de diversas maneras a nuestra experiencia habitual de los objetos físicos.

Hacer dar a la tira original una media vuelta sobre sí misma, antes de pegar una punta a la otra, es un juego malabar muy sencillo y que, insistimos en esto, subvierte, estrictamente hablando, nuestro espacio cotidiano de la representación.

Esta operación saca a la luz diferentes paradojas:

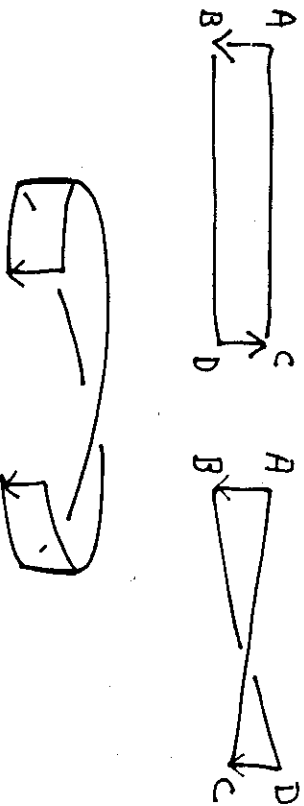
Después del juego malabar cuyo procedimiento acabamos de describir, el derecho y el revés de la tira de papel aparecen en continuidad. El uso corriente de "cara o cruz" se subvierte. El derecho y el revés se continúan el uno en el otro. Un hombrecito o una hormiga que marcharan sobre uno de los lados de esta superficie reaparecerían en el revés, del otro lado, sin siquiera percatarse de esta incongruencia. El dedo que sigue la superficie de la banda se encuentra, después de una vuelta completa y sin haber sido levantado, sin haber cruzado el borde, en el revés de su punto de partida. Sólo después de una segunda vuelta completa reencuentra su punto de partida en el derecho.

Sólo un acontecimiento temporal diferencia el revés y

el derecho, que están separados por el tiempo de dar una vuelta suplementaria. La dicotomía entre las dos nociones, revés y derecho, no reaparece sino al precio de la intervención de una nueva dimensión: la del tiempo. El tiempo, como continuo, realiza la diferencia entre las dos caras. Si ya no hay dos medidas para la superficie, sino un solo borde, el tiempo se impone para dar cuenta de la banda.

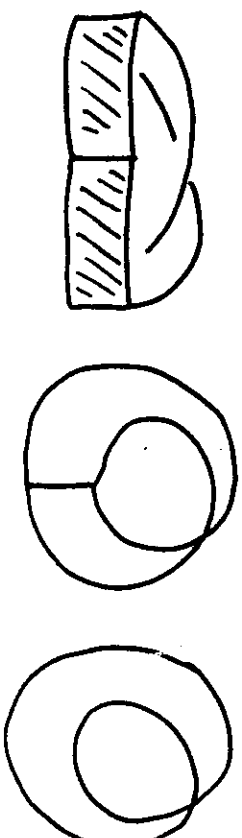
La existencia de un borde único es fundamental, toda vez que una de las definiciones topológicas de la banda de Moebius se basa en esta paradoja.

Esta banda no tiene más que un solo borde*: hemos empalmado las dos extremidades de la banda de origen, invirtiendo su orientación.



La línea AC de la banda original se continúa en BD. Ahora hay únicamente un solo borde. Este borde traza una figura que se parece a un ocho replegado sobre sí mismo. Lacan lo llama "ocho interior". El trazado puede describirse también como el de un rizo que se cierra sobre sí mismo. Lacan lo llama también "doble rizo".

Sin embargo, para ver aparecer este trazado, hay que pasar por una operación que los topólogos denominan "un aplanamiento". Del dibujo de la primera figura que aún evoca un objeto representado en el espacio ordinario de tres dimensiones (largo, ancho y espesor), con una ilusión de profundidad, pasamos a un dibujo en dos dimensiones, escrito sobre una hoja de papel, aplanado. La profundidad se indica entonces por un cruce de la línea sobre sí misma, o sea una "superposición". La discontinuidad de la línea

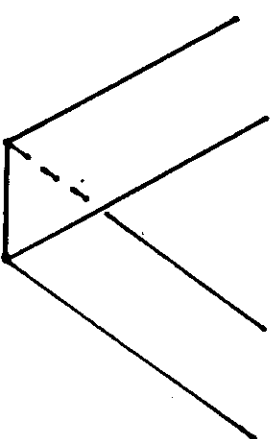


La superposición

evoca no su interrupción, sino el paso por debajo de ella, en cierto momento de su trayecto. Esta superposición es necesaria para hacer desaparecer la ilusión de profundidad. Como única huella de la profundidad en el dibujo de aplanamiento, sólo queda esta superposición.

Otra vez se hace necesario escribir un momento temporal. Está marcado sobre el trayecto de la línea. De este modo, convenciones del dibujo confieren el aplanamiento un estatuto de escritura.

Por ejemplo, las líneas de puntos evocan la continuidad de una línea, oculta sin embargo a la mirada del lector por una superficie:



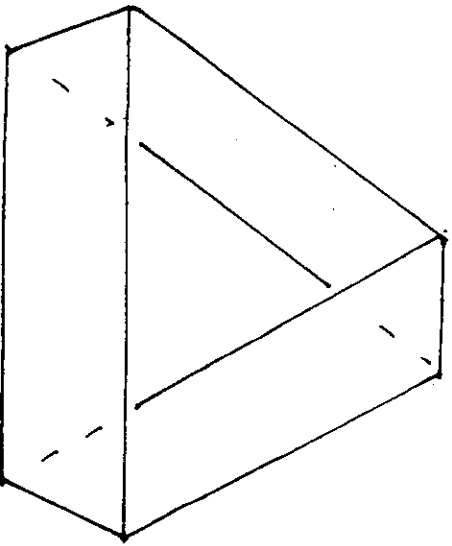
Existe una dificultad: para dibujar esta banda de Moe-

bius sobre una superficie de papel, banda que tampoco es otra cosa que una superficie, es preciso representar la profundidad, digamos, una tercera dimensión.

Estos puntos de superposición, estos punteados, son las condiciones para que la banda de Moebius sea representable sobre la superficie de una hoja de papel, sin hacer intervenir las evidencias convencionales de la perspectiva. De esta forma los topólogos han obtenido un dibujo enteramente legible, es decir, que no recurre a lo imaginario.

Además de ello, como objeto físico que se puede construir manualmente, en el dibujo ya no se localiza más que una sola dimensión mensurable. Claramente, lo que la banda de Moebius pone en entredicho es la noción de dimensión. Ella está a caballo entre 1 y 3 dimensiones. Esta paradoja es insoluble.

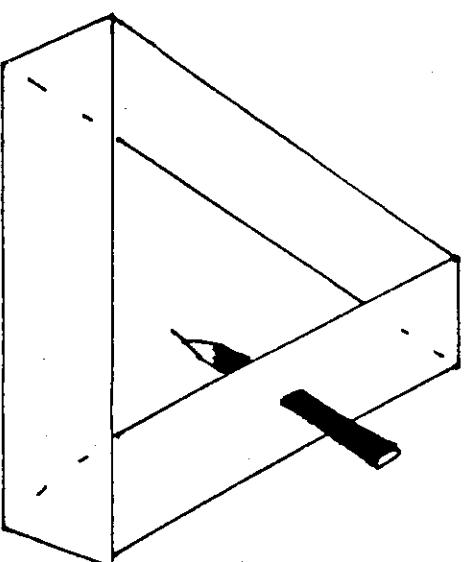
Los topólogos representan a veces la banda de Moebius con un dibujo en base a líneas rectas, lo cual multiplica las superposiciones y los punteados. Estos resultan perfectamente legibles en el dibujo siguiente:



Así es como Moebius la dibuja por primera vez en una publicación científica, ¡ con líneas rectas; la llama "superficie unilátera" (de *unus*: uno, y *latus, lateris*: flanco, lado).

Es una superficie de una sola cara. Este borde único, que describe un doble rizo, encierra una superficie de una sola cara.

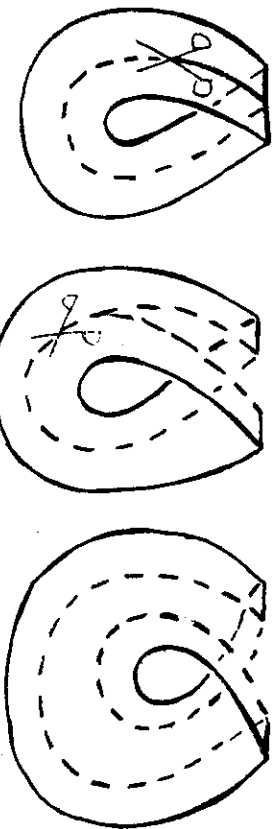
Representemos esta paradoja dibujando un lápiz que atraviesa la banda de Moebius.



El lápiz atraviesa la banda de Moebius como si ésta fuera una superficie cualquiera, y sin embargo la banda tiene una sola cara. Localmente, en lugar del lápiz, hay dos caras, pero el conjunto de la banda, por continuidad, tiene una sola. La articulación entre "parte" y "todo" es enteramente nueva. La banda de Moebius permite una subversión, con respecto al espacio conceptual habitual, de la relación entre las partes y el todo. El todo, manifiestamente, no es siempre igual a la suma de las partes... El análisis por partes pone al descubierto otra dimensión que no abarca al todo. El lápiz permite redefinir, en un lugar determinado de la banda, las dos caras de una superficie ordinaria que sin embargo la banda de Moebius no conoce.

Entre los puntos de vista estático y dinámico existe necesariamente un elemento que desaparece. Semejante noción tiene su importancia para determinar, en el desarrollo de los significantes, la repetición y la escansión.

Mostraremos ahora otra paradoja esencial: el corte de la banda de Moebius, en el sentido del largo, produce un efecto sorprendente que le sirvió también a Moebius para una definición topológica de la célebre banda. Dicho corte no separa dos pedazos independiente el uno del otro; describe el trazado del ocho interior de una sola vuelta y destruye la estructura de la banda:



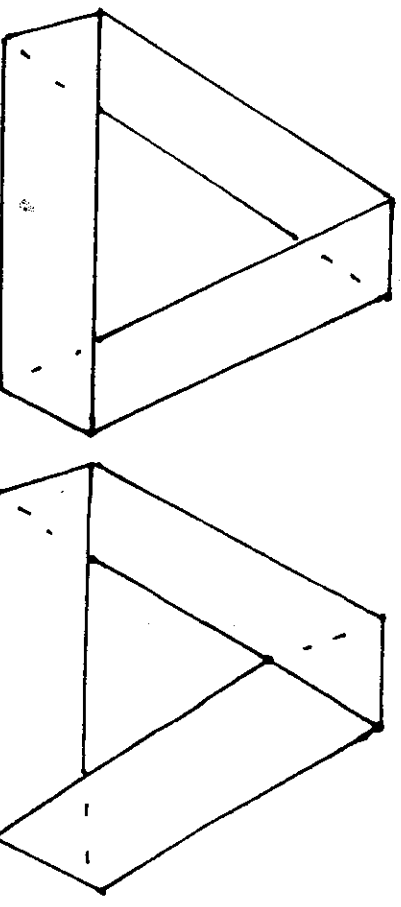
Queda un solo pedazo, dos veces más largo y que incluye cuatro semitorciones, pero que, esta vez, tiene un revés y un derecho. Se trata, por lo tanto, de una superficie bilátera de dos bordes, semejante a una banda ordinaria. Las características esenciales de la banda de Moebius han desaparecido.

Esta desaparición de la estructura moebiana por el corte, sin destruir por ello el objeto físico en su unidad, permite reducir la banda de Moebius a su corte. Además, como con el par de tijeras no se da más que una sola vuelta, el corte define un trazado que es el del ocho interior (en línea de puntos sobre el dibujo), y así se desplaza en cierto modo a este mismo tajo todas las características de la banda de Moebius. Sobre el dibujo, si la atención se centra en el trazado en discontinuo que bordea el espacio del corte, podemos ver de nuevo, en ese vacío nacido del corte, una superficie moebiana. Lacan hace una demostración de esto en "L'Étourdidi". Se trata aquí tan solo de una "motrición", de un esfuerzo por evocar el soporte espacial de la banda de Moebius. Antes de terminar, apuntemos que sobre esta paradoja Lacan asentará una de las nociones

centrales de la cura analítica: la de interpretación. El axioma "la interpretación es el corte" permite determinar de qué modo este tipo de intervención del analista descubre el deseo del analizante, enmascarado en su propio decir.

El hecho de que el corte de una banda de Moebius haga aparecer una banda de cuatro semitorciones, que esta vez no es moebiana, introduce una última característica de la banda de Moebius. Para crear una banda de Moebius, el número de semitorciones debe ser impar. En las notas originales de Moebius, la primera banda dibujada es una banda de tres semitorciones. Y Lacan, en el curso de su elaboración teórica, se sirve cada vez más de la banda de Moebius de tres semitorciones. Esta pregnancia de la banda de Moebius de tres semitorciones tiene su explicación, aunque resulte sorprendente.

En efecto, en el momento del aplanamiento, en el dibujo que efectuamos con líneas rectas se revela que, de hecho, la banda de una sola semitorción se dibuja como una banda de tres semitorciones de las que una está a la izquierda y dos a la derecha, o viceversa. Así, pues, el tres ya está presente; se prefiere entonces dibujar una banda de tres semitorciones izquierdas o derechas, pero en cualquier caso idénticas.



La presentación de ese objeto material, físico, que es la banda de Moebius, puede parecer poco ordenada: es que los fenómenos presentados no han hallado su sitio en una teoría formalizada y completa. No es imposible que los problemas planteados sigan sin solución. El carácter de subversión del espacio cotidiano que opera la superficie moebiana no puede, en efecto, en absoluto ser reducido, por lo mismo que se trata de un real que justamente no ha encontrado todavía su sentido.

Sobre estas múltiples paradojas, Lacan apoya nociones diferentes, ya sea que quiera reunificar dos conceptos separados, ya sea que quiera representar cierto tipo de relación entre dos nociones. A menudo, por ejemplo, un concepto se asienta sobre una definición de la banda de Moebius, y después, sirviéndose de otra, trastorna nuestra comprensión de este concepto. De este modo, hace dar a las nociones un salto lógico idéntico al salto topológico que consiste en ver en un dibujo el trazado de un ocho interior, el aplanamiento de una superficie moebiana o una ilusión de perspectiva.

De este modo Lacan se ve inducido a considerar el dibujo mismo de la banda de Moebius como una escritura que cerca un real, que escribe un matema. Un dibujo es un matema en el sentido de que se transmite tal cual, más allá de los diferentes efectos de sentido que puede producir. Esta noción de una escritura da nacimiento a un uso que Lacan expresa en términos crudos, a propósito del nudo borromeo, en su seminario RSI: "hay que usarla tontamente",² es decir, en cierto modo, no plantearse demasiado el problema epistemológico del estatuto de la topología.

Examinaremos aquí diferentes usos. Saussure había asentado la dicotomía entre significante y significado y la fuerza de sus relaciones —si bien arbitrarias— sobre la imagen de las dos caras de una hoja de papel. Lacan recurrió a la misma metáfora cuando en el Seminario sobre la Identificación apoya dos leyes del significante sobre la banda de Moebius: "Un significante no podría significarse a sí mismo" y otro aspecto de esta ley: "Un significante

representa a un sujeto para otro significante".³ Se trata de ejemplos sintomáticos de la práctica topológica lacaniana. En efecto, la banda de Moebius subvierte la oposición significante-significado inscrita sobre las dos caras de una hoja, toda vez que el derecho y el revés se continúan el uno en el otro. La vuelta temporal, la vuelta de más que hay que dar en el revés para volver al punto de partida en el derecho, permite redefinir entre significante y significado relaciones que, si bien arbitrarias, todavía están marcadas sin embargo por esta paradoja. Haremos primero el comentario siguiente: localmente, en cada instante del recorrido sobre la banda, hay dos caras observables. En esta medida, el significante y el significado se oponen, pero de hecho su diferencia no se apoya sino sobre un factor temporal. Un significante significa algo en un momento dado, en determinado contexto de discurso, pero no se podría dar a un significante su significado en el mismo instante. El significado no acaba de deslizarse por el revés y, al final, una vez que se efectuó una vuelta completa, es otro significante, sobre el derecho ahora, el que viene a definir al primero. Un significante nunca remite más que a otro significante, representa a un sujeto, para otro significante.

A contrario, un significante no podría significarse a sí mismo. Esta ley es intuitivamente perceptible en la repetición de un significante, que nunca es anodina ni está desprovista de sentido. Así, en la frase "un hombre es un hombre", es ostensible que entre las dos palabras "hombre" no hay reparto de un significado idéntico. Los dos significantes no tienen el mismo significado. Hay una significación de la frase que se impone, ya sea que se trate de una tautología, ya sea que se trate de diferenciar, con respecto al término "hombre", el concepto general y el individuo aislado. El primer "hombre" no es el mismo que el segundo. Entre los dos se inscribe necesariamente una diferencia, un espacio. Lacan apoya esta diferencia sobre el trazado del ocho interior. La palabra se repite, el rizo se cierra sobre sí mismo, pero cualquiera que sea la pequeñez del espacio dejado, siempre hay entre los dos círculos el espacio de una banda de Moebius, y por este hecho hallamos,

en el centro de estos dos círculos, un vacío. Mientras que el ocho interior es visto en el espacio, el interior de los círculos está vacío. En ese lugar, no hay superficie.

No sólo no hay pegadura [*collage*] entre significativo y significado, como en una relación de equivalencia matemática o lógica "A = B", sino que su relación se construye alrededor de un vacío, que es el de la referencia. No es necesariamente sino para otro significativo que un primer significativo puede querer decir algo, y la significación siempre está marcada por el vacío que ella encierra.

En esta parte de la enseñanza lacaniana, el estatuto de la banda de Moebius se define "como modelo de estética trascendental"; posteriormente Lacan dice, más simplemente, que la banda de Moebius es "un soporte intuitivo e im-agin-ativo".⁴ La usa de esta manera para ilustrar el trayecto de la repetición.

En el seminario sobre "La lógica del fantasma", la "topología del retorno de la repetición"⁵ es inscripta por Lacan sobre el trazado del ocho interior. Este paralelo se apoya en muchos rasgos que Lacan va iluminando sucesivamente.

El redoblamiento del círculo, que viene a rizarse sobre sí mismo en la segunda vuelta, deja una traza [*tracel*]: la de un cruce, una superposición. Ella es también lo que permite existir al sujeto. Así, en la repetición de un acto, de una conducta o de un síntoma, hay un trazo [*trait*]: 'lo que es repetido en lo repitiente se encuentra en el origen; ese trazo, por este hecho, desde ese momento, marca a lo repetido como tal'.⁶ Este trazo es semejante a la traza que deja la línea en su retorno sobre sí misma.

Ese rizo es también el dibujo de aplanamiento de una banda de Moebius; entre los dos círculos se extiende entonces la superficie moebiana. Sin embargo, la retroacción de un rizo sobre el otro delimita una diferencia del uno al otro, un espacio. Sobre esta diferencia, Lacan apoya el efecto progresivo de la repetición. Aunque se repita, el elemento no es el mismo; esto permite advertir el efecto progresivo de lo que se llama la regresión. Sin embargo, la r gresión, por ser una repetición, justamente no es la mis-

ma cosa que lo que ella repite. Entre lo repetido y lo repitente está el espacio moebiano, en tanto revela un elemento no mensurable, no contable pero presente estructuralmente como apoyo fundamental, aunque permanezca ignorado. El encamina ese "uno en más, uno de más" (uno en demasia) que olvidamos contar porque no se define sino a partir del vacío y del tiempo. Se trata de lo que Lacan describe como "ese elemento no mensurable que se llama el uno en más, el uno de más, el deseo".⁷ Este trazado ilustra así el material sobre el cual va a operar el análisis: la repetición, manifestación en la cura de un deseo. A lo que apuntará el acto del analista es a tornar sensible este espacio.

Hagamos notar que a partir de ese dibujo del ocho interior, hay una noción que a la vez resulta descompuesta en diversas acepciones (regresión y progresión) y unificada como concepto. La multiplicidad de lecturas de un concepto recupera su verdadera riqueza; no es que un concepto tenga varios sentidos, sino que es representante único de un material complejo y analizable en muchos efectos.

En este trazado del ocho interior, se lee repetición y diferencia de lo repetido a lo repitente. Una vez que hemos recordado su aspecto de "aplanamiento", podemos evocar el punto de autocruce como trazo de reconocimiento. Finalmente, este dibujo revela el espacio ignorado de la superficie de la banda, que es referido al deseo. Esta manera de traer a la luz un "ignorado", que sin embargo estaba ahí desde siempre en sus efectos, es paralela al modo de existencia de lo inconsciente. Hay repetición como aplanamiento, gracias a la cura y a su dispositivo. Al analista le toca leer en ella, gracias a una cierta sumersión, el deseo inconsciente, hasta entonces ignorado como espacio... La relación que de esta manera se expone entre la topología y el psicoanálisis, ¿es aún metafórica, o bien se trata de un "soporte intuitivo"?

A partir de este grado de acercamiento, algo de la formalización se desequilibra. En realidad, lo que queda cuestionado es el estatuto de la topología como soporte intuitivo. Plantear como metáfora, aun didáctica, esta utilización de la banda de Moebius, me parece inadmisibles.

Lacan tiende a reducir la metáfora: no es necesario plantearla porque hay una equivalencia de lo uno y lo otro. Entre la topología y la experiencia analítica se establecen relaciones que los términos “soporte intuitivo” no definen o, mejor dicho, la intuición remite al modo de abordaje de esa geometría que es la topología. Henri Poincaré, el gran topólogo de comienzos del siglo veinte, la definía así:

“Para nosotros, el interés de este *analysis situs* (nombre dado a la topología en los comienzos de su existencia) radica en que es ahí donde interviene verdaderamente la intuición geométrica”.⁸ Más adelante, Poincaré añade que esa intuición es de otra índole que la “intuición algebraica”.

La intuición, bajo la pluma de Lacan, remite a las cualidades propias de la topología en tanto aprehensión global del espacio. El psicoanálisis, como revelación de la estructura del *parlête*, pone en escena el espacio mismo en el cual la topología encadena sus fenómenos.

Dentro de este contexto, Lacan apoya una de las nociones absolutamente fundamentales de la práctica analítica sobre otra paradoja más de la banda de Moebius. Como ya habíamos anunciado, Lacan funda ese acto analítico por excelencia que es la interpretación sobre el corte de la banda de Moebius.

En el centro de la banda, en el sentido del largo, con un solo corte de tijeras podemos trazar un ocho interior que la divide sin por ello separarla en dos pedazos. La estructura de la superficie cambia sin que por ello su materia, su consistencia física, se modifiquen. Este corte es el acto.

Simultáneamente, en el momento de la utilización del par de tijeras, en el hecho de que su recorrido describe un círculo, se puede decir que el significante es igual a sí mismo. De este modo, el acto es equivalente a su sentido. Esta igualdad se puede ejemplificar con esta frase: “el hecho de que camino significa que camino”.⁹ Una condensación tal define el acto verdadero. En ese momento del corte, en el hecho de que el corte persiste en trazar un doble rizo, el sujeto de este acto queda dividido. Lacan comenta en la forma siguiente la frase ya citada: “Para que el hecho de que

camino devenga un acto, es preciso que el hecho de que camino signifique que camino en cuanto tal o que yo lo diga como tal”. El acto es, en sí mismo, el doble rizo del significante. “Podríamos decir, continúa Lacan, y ello sería engañarse, que en su acto el significante se significa a sí mismo; sabemos que esto es imposible, pero de todos modos no es menos verdadero que está lo más cerca posible de esa operación”.¹⁰ En el acto, si bien el sujeto es equivalente a su significante, igual queda dividido por él. La banda de Moebius, en su corte, ilustra esta serie de relaciones paradójicas; permite evocar estas diferentes paradojas del acto.

En la medida en que es analítico, el acto debe ser situado en el lenguaje. El acto encuentra su eficacia por el sesgo del equívoco significante. Gracias a éste, un solo profirimiento [*proferation*] de significante puede hacer manifestar dos vueltas, dos veces la oposición significante/significado. Vemos de qué modo esta operación despega al significante del significado, para hacer aparecer la cadena significante en tanto encierra un vacío, un espacio, el del deseo como innombrable. El trayecto del par de tijeras crea un vacío que, lo hemos visto, es nuevamente una banda de Moebius. La interpretación es la operación del corte, ella puntúa el deseo. Se sitúa en el “campo del deseo”,¹¹ en el espacio que dejan entre sí los dos círculos del doble rizo. Sin embargo, este corte ha cambiado la estructura topológica de la banda. Después del corte, tenemos una banda de dos caras: si el acto es repetición como ocho interior, no es menos cierto que produce efectos de estructura. Hace aparecer el espacio del deseo del sujeto, al tiempo que destruye ese espacio en el mismo momento. El corte en el tiempo en que es efectuado muestra la superficie de la banda. Se trata de ese tiempo del que Lacan dice que antes de la operación es ignorado e inconstante como tal. Sin embargo, la operación ha hecho desaparecer la estructura de ese espacio: efecto de fading, abertura y cierre de lo inconsciente, encuentro fallido, afánisis, siempre hay con el sujeto efectos de este orden. El espacio se muestra desapareciendo.

Lacan asentó la situación analítica sobre el ocho interior, unas veces como perímetro que se enrolla sobre sí mis-

mo, otras como superficie de una cara, otras como trampa de la duración, otras como lugar de un corte paradójico. En el mismo orden de ideas, el uso que Lacan hace del *cross-cap*¹² también se basa en las paradojas que la banda de Moebius despliega.

En efecto, la banda de Moebius conserva, en nuestro espacio, el estatuto de representante de lo irrepresentable. Esta función paradoja constituye una necesidad, a causa de la debilidad de nuestra percepción y de nuestra imaginación intuitiva del espacio.

Antes de referirnos a otros objetos topológicos, conviene recordar lo siguiente: sólo la banda de Moebius es realmente, como objeto unilátero,* construible y manipulable. Así, pues, este objeto permite representar la abstracción anudada a un real. Permite adquirir un seguro sobre el cual Lacan se apoyará ulteriormente cuando introduzca el nudo borromeo.

Notas

- 1 *Ornicarri*², n° 17-18, primavera de 1979, "Moebius, la première bande", texto introductorio de J.-A. Miller.
- 2 Seminario de Jacques Lacan del 17 de diciembre de 1974, "RSI", publicado en *Ornicarri*² n° 2.
- 3 Seminario del 9 de mayo de 1962, "Identification", no publicado.
- 4 Seminario del 15 de febrero de 1967, "La logique du phantasme", no publicado.
- 5, 6, 7 *Idem*.
- 8 Poincaré, *Dernières pensées*, Bibliothèque scientifique, Ernest Flammarion, París, 1913.
- 9, 10 Seminario del 15 de febrero de 1967, "La logique du phantasme", no publicado.
- 11 Seminario de Jacques Lacan, "Los cuatro conceptos", Le Seuil.
- 12 Cf. Capítulo 4.



Los dos toros enlazados

Capítulo 3

EL TORO

En el texto del relato de Roma de 1953, "Función y campo del habla [*parole*] y del lenguaje", hallamos bajo la pluma de Jacques Lacan una referencia a la topología del toro.

Para referirse a la naturaleza del Sujeto propio de lo inconsciente, Lacan se sitúa como sigue:

"Cuando queremos alcanzar en el sujeto lo que había antes de los juegos seriales del habla, y lo que es primordial para el nacimiento de los símbolos, lo encontramos en la muerte, de donde su existencia toma todo el sentido que tiene. Es como deseo de muerte, en efecto, como se afirma para los otros; si se identifica con el otro, es coagulándolo en la metamorfosis de su imagen esencial, y ningún ser es evocado nunca por él sino entre las sombras de la muerte.

"Decir que este sentido mortal revela en el habla una *centro exterior al lenguaje* es más que una metáfora y manifiesta una estructura. Esa estructura es diferente de la espacialización de la circunferencia o de la esfera en la que algunos se complacen en esquematizar los límites del viviente y de su medio: responde más bien a ese grupo relacional que la lógica simbólica designa topológicamente como un anillo.

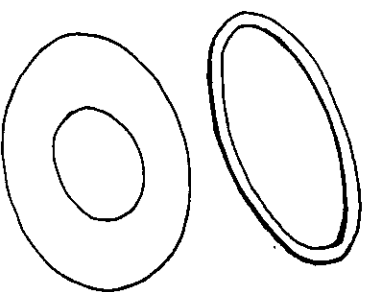
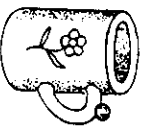
"De querer dar una representación intuitiva suya, parece que más que a la superficialidad de una zona es a la forma tridimensional de un *toro* a lo que habría que recurrir, en virtud de que su exterioridad periférica y su exterioridad central no constituyen sino una única región."

Esta cita está acompañada por una nota de 1966 que destaca, aquí, un uso de la topología.

Nuestra atención ha de dirigirse a varios términos que encierran nociones esenciales de la cura psicoanalítica. Se trata, en "lo que es primordial al nacimiento de los símbolos", de lo que Freud denomina identificación con el padre de la horda primitiva, el padre arcaico, el padre muerto. En los albores del nacimiento del sujeto, hay identificación. Esta es la gran cuestión que el toro y su topología permiten plantear en términos claros.

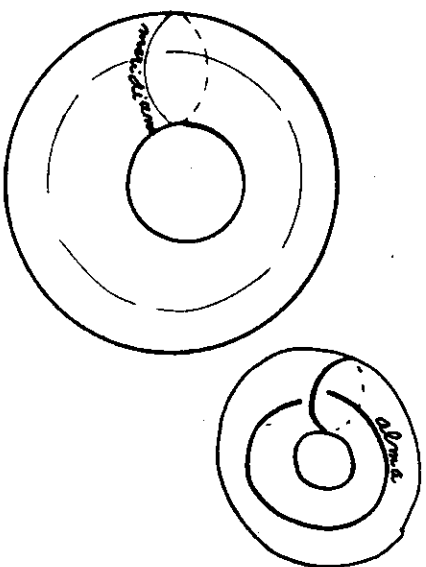
Entre ese año del relato de Roma, 1953, y su seminario de 1976, Lacan afina la formalización de esta cuestión. Al comienzo, habla de "representación intuitiva"; después, el modelo cobra tanta fuerza y tanta convicción que una vez más se impone la fórmula de "la topología es la estructura". No se trata de articular relaciones entre la identificación y la vuelta sobre sí mismo [*retournement*] del toro: lo uno es el equivalente de lo otro. Pero nos estamos anticipando.

El toro ofrece una buena representación de ese grupo relacional cuyo centro y cuyo exterior son un sólo y mismo espacio. La superficie del toro envuelve un espacio interior y lo separa del exterior, al precio de un centro que sigue siendo exterior. Un toro se define como una superficie sin borde, y en este sentido es equivalente a la esfera, pero su centro está vacío. La mejor aproximación física es el flotador o el neumático. También puede figurarlo un anillo, siempre que se tenga en cuenta la materia, lo mismo que una taza con su asa.



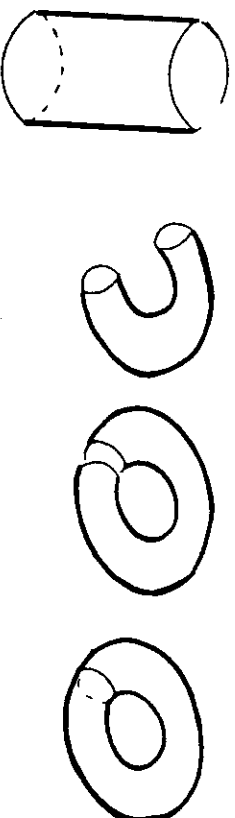
Los trazos dibujados en el momento de esta representación son líneas de pliegue de la superficie.

Se puede obtener un toro componiendo un círculo con un círculo (producto cartesiano de $S \times S$).

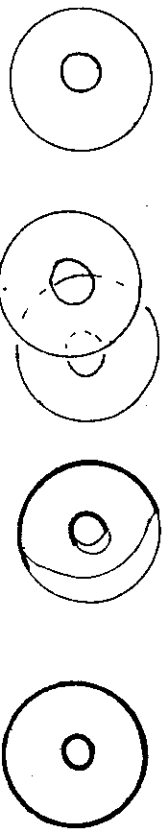


Uno se denomina alma del toro, es decir, el interior o, para ser más precisos, el vacío interior del toro. El otro es un círculo pequeño o círculo meridiano.

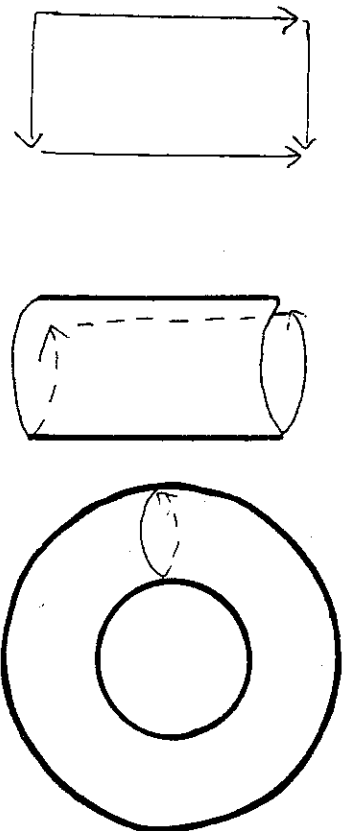
Se puede construir un toro partiendo de un cilindro: basta empezar por transformarlo en asa curvando los pliegues, y empalmarlo después consigo mismo.



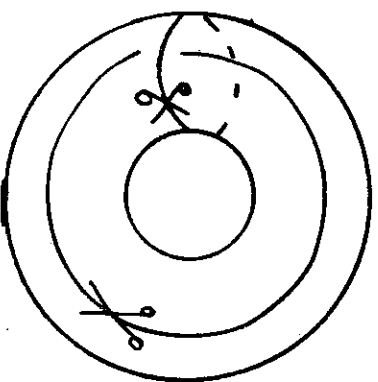
El toro se puede construir también partiendo de dos coronas: basta con pegarlas por sus bordes.



Podemos representar esta operación a partir de un rectángulo cuyas flechas indican el sentido del pegado: primero se obtiene un cilindro, y después, pegándolo según sus bordes, se obtiene el toro:



Estos últimos dibujos permiten llegar a la definición del toro como una superficie sin borde a la que dos cortes no hacen desaparecer ni dividen (se trata de dos cortes duales* que se encuentran en un solo punto).



En última instancia, Lacan define el toro como una organización del agujero.¹ Se expresa así: "Estos dos agujeros aislados en la superficie de la esfera son los que, reunidos uno con el otro y muy prolongados y después conjugados, nos han dado el toro". Alrededor del agujero interior "hundido en la superficie", y el agujero axial, el que Lacan llama "agujero corriente-de-aire", se organiza una superficie. Es un interior agujereado que marca el centro.

El toro, superficie sin borde, delimita un interior y un exterior con la particularidad de tener un centro "exterior". Este centro está agujereado, permite el anudado.

Esta estructura de superficie es utilizada por Lacan para reflexionar sobre la gran cuestión de la identificación. En 1976, se expresa del siguiente modo: "¿Qué relación hay entre esto, que debemos admitir que tenemos un interior, al que llamamos como podemos, psiquismo por ejemplo, incluso vemos a Freud escribir endopsiquismo, y no es tan sencillo que la psique sea endo, que haya que endosar este endo, qué relación hay entre este interior y lo que llamamos corrientemente la identificación?"

La identificación es la respuesta a una pregunta: ¿de qué modo algo exterior deviene interior, exterior y sin embargo central?

Recordemos que para Freud hay tres identificaciones:

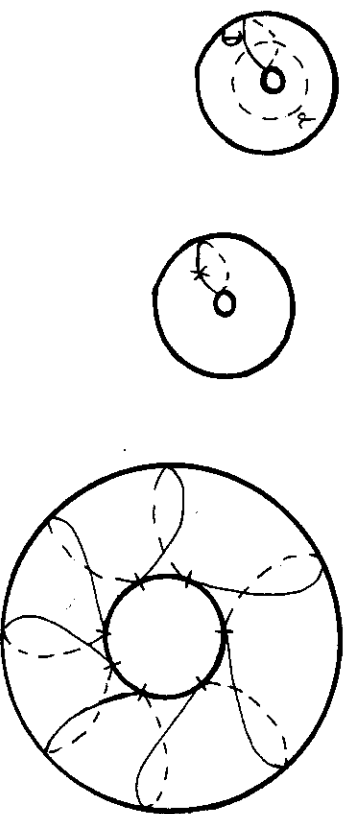
— La identificación primordiar, llamada "con el padre muerto"; resulta del amor consagrado al padre, y es responsable de la introducción de lo simbólico.

— La identificación con el trazo unario, donde no sería en absoluto cuestión de amor; es la que Freud sitúa en el fundamento de la constitución de las multitudes. Lacan toma el ejemplo del bigote del Führer para ilustrarla.

— La identificación que implica una participación; se le endigó el término de histérica, de identificación con el deseo del Otro.

¿De qué manera da cuenta el toro de la identificación? Este objeto ofrece un soporte que permite percibir las implicaciones de este término, tan corriente ahora, pero que no por ello es más explícito. Primeramente Lacan se apoya en un fenómeno muy particular de transformación

del toro, la "vuelta sobre sí mismo". Pero, antes de abocarnos a esta noción, debemos precisar ciertos términos utilizados por Lacan a propósito de esta superficie, que permite establecer la relación que une el deseo con la demanda. Designemos con letras el deseo (d) y la demanda (D). En la superficie del toro existe un trayecto que sigue un círculo meridiano. Se cierra en un rizo. En cambio, si este trayecto alrededor del toro marra su punto de llegada, entonces, para cerrarse sin recortarse, los rizos se multiplican y el trayecto cumple así una vuelta de longitud. También da la vuelta al alma del toro.



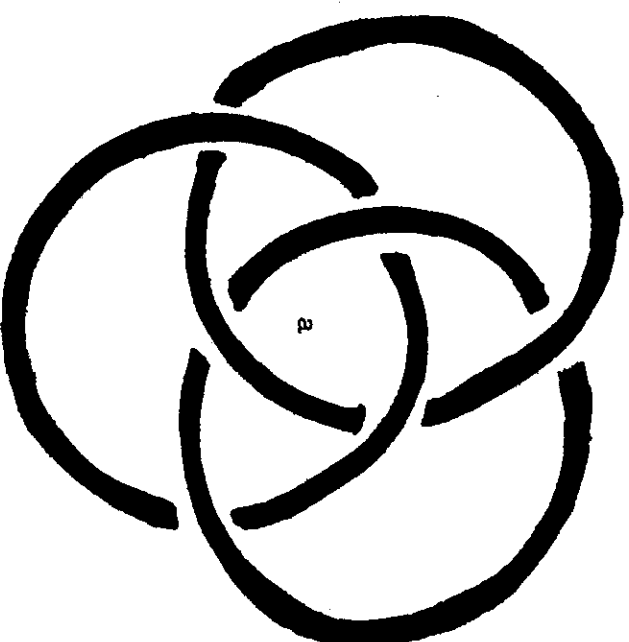
Este trayecto rodea de una manera que podríamos calificar de puntillista el agujero central del toro. Al hacerlo, describe una vuelta suplementaria alrededor del agujero. Además, esta vuelta en más se olvida y, por añadidura, ¿cómo contarla?

Las vueltas se suceden y se cuentan, son idénticas, sin que haya posibilidad de contar la vuelta de más recorrida alrededor del agujero central. Aquí quedan ilustradas la demanda y su repetición fundamental, repetición que se efectúa en el desconocimiento de que ella expresa un deseo desconocido y sin embargo esencial. Se ha definido así "el uno-de-más" (o en demasía). Este círculo de longitud, olvidado, es, estrictamente hablando, lo que Lacan llama el deseo.

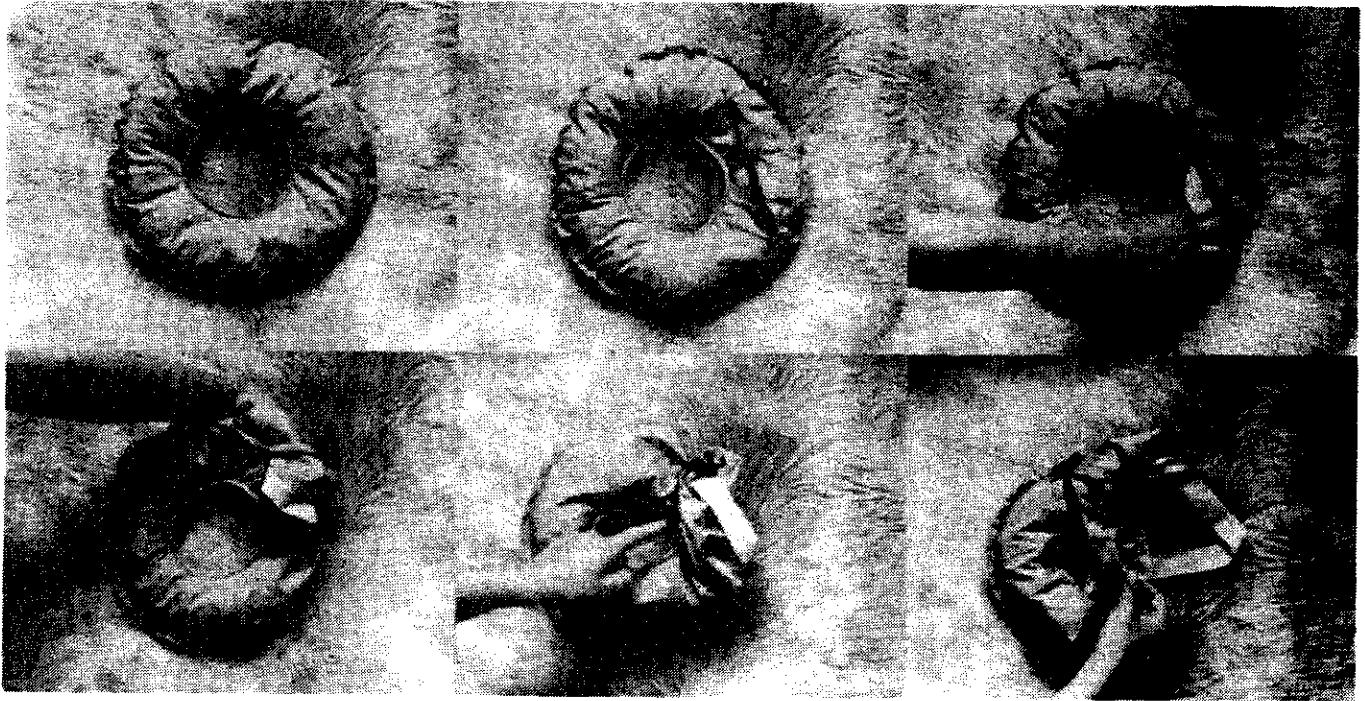
Este recorrido hace manifiesto un aspecto fundamental del desconocimiento del deseo que resume la importancia del agujero central: la demanda se repite y dibuja al objeto como faltante. El objeto así descrito siempre es

marrado, en un fracaso sin embargo estructural, ligado al recorrido de la demanda y necesario a su repetición. Este agujero central está también en comunicación con el exterior, y Lacan utiliza estas propiedades para definir dos posiciones distintas del deseo en relación con la demanda.

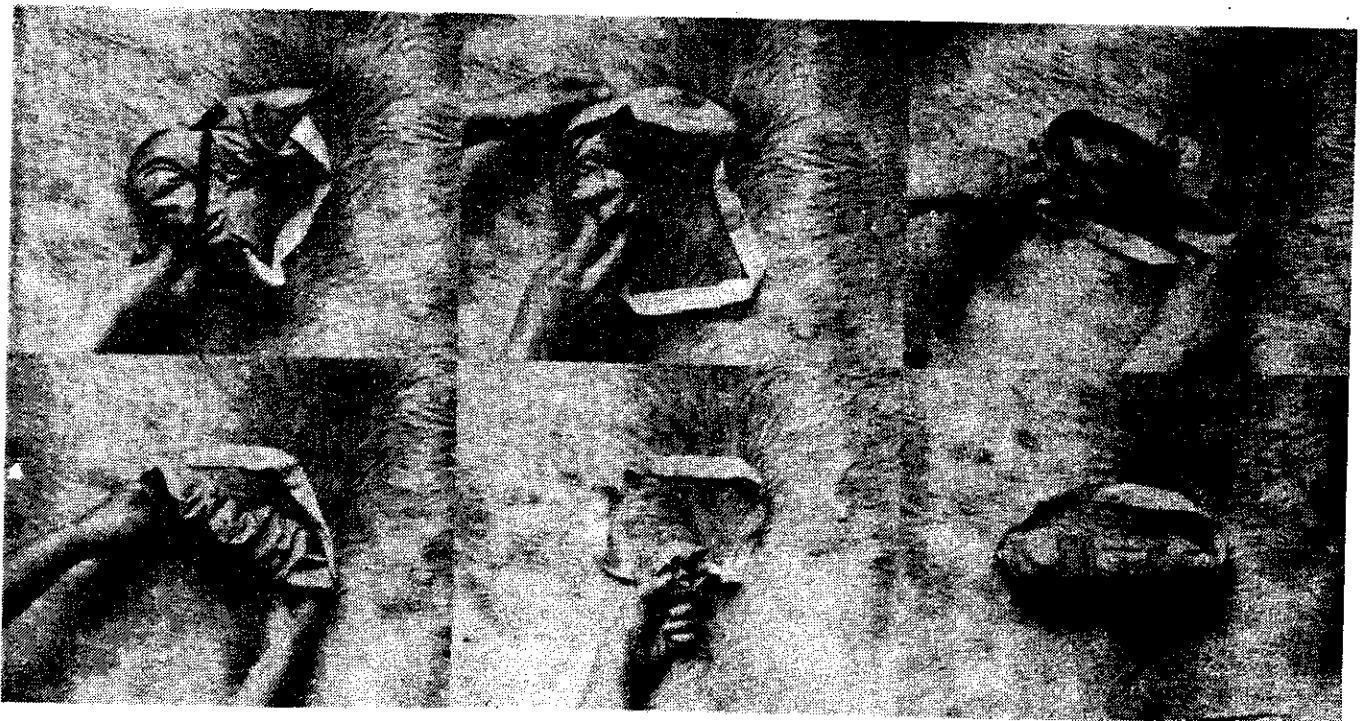
Por un lado, está "más allá" de la demanda, "la trasciende, va más lejos, y en este aspecto es eterno". La demanda, el articular el deseo con condiciones de lenguaje, se expresa a través de significantes que traicionan su verdadero alcance. De esta forma, el fracaso es fundamental en la demanda, la figura del objeto *a* se perfila en el vacío central. Posteriormente, Lacan describe este objeto situado entre los tres redondeles del nudo borromeo RSI. Recordemos que estos tres redondeles son toros, tienen la consistencia de la cuerda, "son más bien toros-tripas" [Boyarx].



Por otro lado, el deseo está "más acá"; el vacío central se comunica con el exterior. La demanda viene a recordar "la falta en ser" radical que subyace al deseo. "El deseo se hunde más acá, por el hecho de que, demanda incondi-



El toro se da vuelta

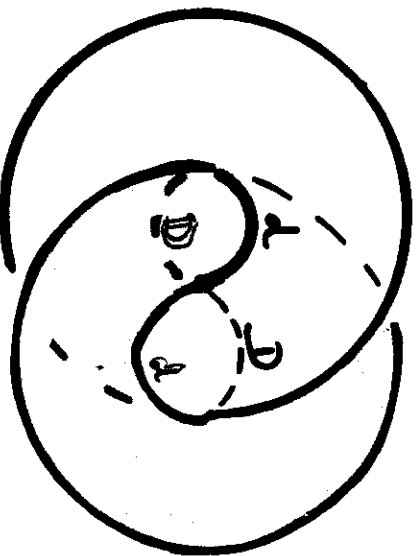


El toro se da vuelta (continuación)

cional del ausentido [*absense*] o del presentido [*présense*], evoca la falta en ser radical bajo las tres figuras del nada [*du rien*] que constituye el fondo de la demanda de amor, del odio que va a negar el ser del otro y de lo indeseable que se ignora por su requerimiento." En esta frase vemos aparecer las tres pasiones que Lacan sitúa en el nivel del ser y no en el del objeto. Se trata del odio, del amor y de la ignorancia.

La demanda que viene a rodear, a bordear la "falta en ser", el nada del universo, crea, por su misma repetición, una superficie que separa un interior de un exterior. Esta estructura da cuenta del nacimiento de un sujeto de lo inconsciente. El más acá de la demanda nos introduce además en el anudamiento mismo de la demanda con el otro. El amor, el odio y la ignorancia interesan al otro en su ser. Recordemos que el sujeto que entra en análisis se coloca en la posición de "aquel que ignora" lo que dice.

Sobre el anudamiento de dos toros Lacan apoya la dialéctica neurótica del sujeto con el Otro. En este anudamiento, el deseo de uno es isomorfo a la demanda del otro, y el vacío central sirve tan solo para el anudamiento de los de toros. (Cf. fotografía.)



Se trata de una articulación esencial para entrar en la problemática de la identificación. Un objeto demandado

por el otro, la madre. Otro primordial, se encuentra en posición de objeto del deseo para el sujeto. Esta articulación permite una nueva visión de las relaciones madre-hijo, que son sin duda de dependencia, pero que no responden a una confusión simbólica o a una comunicación infraverbal.

Los significantes que devienen inconscientes están ligados a los significantes testigos del momento del acceso al lenguaje. Aquí se fija la estructura del fantasma, más acá de la demanda que es el modo de aparición del Otro. El fantasma fundamental delimita el momento de separación de la experiencia real, ligada a la demanda presente del otro, y de su reviviscencia alucinatoria. Consuma la separación entre el objeto que colma y el signo que viene a inscribir a la vez el objeto y su ausentido. Se trata de la instalación de las condiciones del habla, cuya estructura da su sentido al aforismo: "lo inconsciente es el deseo del otro".

Gracias a la noción de vuelta sobre sí mismo del toro, Lacan precisa más aún su pensamiento. Dar vuelta el toro consiste en hacer pasar al exterior la cara que estaba en el interior. Esta operación puede efectuarse gracias a un corte, a un agujero. Se observa entonces un fenómeno sorprendente: hay inversión de los círculos de la demanda y del deseo. Lo que era círculo meridiano deviene un círculo alrededor del alma del toro. Sin embargo, el agujero central sigue siendo el mismo.

En el plano físico, la experiencia es simple, pero su escritura o incluso su dibujo son muy difíciles, porque las líneas de pliegue convencionales desaparecen. Es una operación que pone en evidencia el lado puramente convencional de los dibujos.

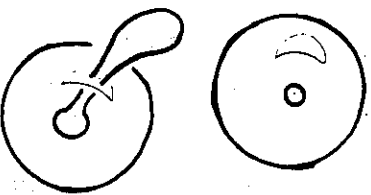
Al final del proceso, el toro sigue siendo el mismo, pero sin embargo su escritura es diferente.

Las fotografías exponen el conjunto de la operación, pero nosotros vamos a estudiar con todo detalle estas dificultades de escritura.

La vuelta sobre sí mismo pone en evidencia hasta qué punto el dibujo deja de mantener la ilusión de una representación de lo real que escapa a la escritura.

Debemos partir del dibujo clásico del toro, donde las

líneas representan pliegues de la superficie: sobre este dibujo practicamos un corte.
Para mayor simplicidad, bastará con un agujero.



Un agujero en la superficie, una ruptura, esto tiene otra naturaleza que el agujero central del toro o el agujero interior.

Después, comenzamos a hacer salir la superficie por este agujero.

Damos vuelta al toro como un guante, o, mejor aún, como un poncho y su forro.

Al final del proceso, el forro queda al exterior.

Vemos que el espacio del agujero central pasará a ser el espacio interno.

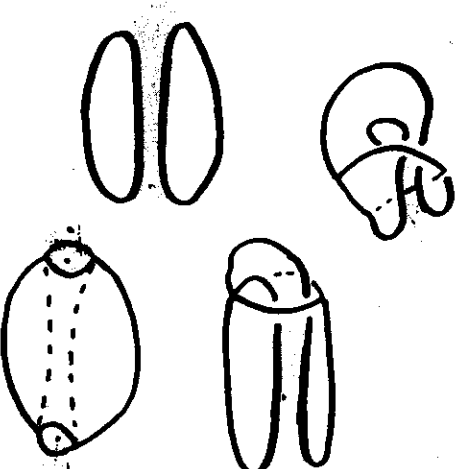
Se trata de un darse vuelta que sigue estando en el campo de las sumersiones. En general, los matemáticos dan vuelta el toro al precio de un recorte de superficie y con ello penetran en el campo de las immersiones. * El trayecto pasa entonces por una "botella de Klein", que es una superficie continua, unilátera, y que por lo tanto pone en comunicación interior y exterior. El corte aquí es mucho más económico para operar la misma supresión de frontera. Además, en el campo del psicoanálisis la dimensión operatoria del corte es distinta del recorte, toda vez que remite a la interpretación en la cura y, más generalmente, al acto del habla.

También podemos efectuar la mostración siguiente:

El agujero sigue aún abierto para mostrar lo que adviene del espacio. Podemos materializar su destino anu-

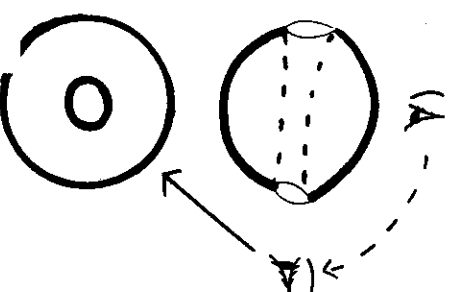
dando al toro inicial una cuerda, como muestran las fotografías.

Obtenemos entonces otra escritura del toro:



Este dibujo es un toro representado como una esfera con un túnel, con dos aberturas, pero entonces las líneas que las representan no son pliegues. Lacan llama a esta presentación "toro-garrote". Si el observador efectúa una rotación de un cuarto de vuelta, se recae en el dibujo clásico del toro. El toro es el mismo que el del comienzo, pero ahora su cara interna está al exterior.

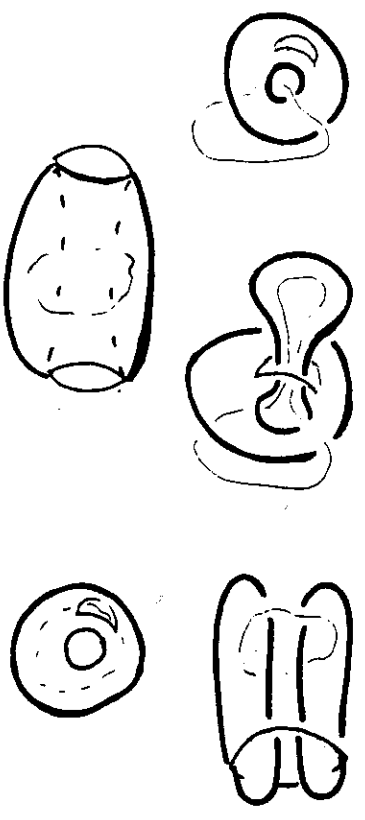
En estas representaciones reencontramos la importancia de la torsión. El sujeto de la percepción da un cuarto de vuelta, y en los dibujos aparece simbolizado por un ojo.



Vemos así de qué modo la torsión es una característica extrínseca de la superficie, que no aparece sino ante una mirada exterior. (Cuestión que dará lugar a un capítulo entero de este estudio.)

Notemos solamente que se trata de un cuarto de vuelta, de la mitad de una semitorsión. Hemos visto cómo la semitorsión es la unidad de cuenta en nuestro espacio (cf. la cucharilla).

Un hilo delgado que ahora tenemos representado en los dibujos siguientes materializa la transformación, sobre la superficie, de un círculo meridiano en círculo del alma. Un círculo de la demanda deviene un círculo del deseo.



Este proceso da cuenta de la identificación, de la transformación de un objeto de amor en trazo del Yo, trazo con el cual el Yo se identifica, o más bien identifica su deseo.

Los dibujos ofrecen asimismo una aproximación al camino de la vuelta sobre sí mismos de dos toros enlazados. Basta con dar al hilo la consistencia de una cuerda o de un tubo; vemos cómo por un agujero es posible dar vuelta un toro y reencontrar el toro enlazado en el interior.

Viceversa, el toro interior, a partir del momento en que damos vuelta el toro que lo encierra, estará anudado al primero, como lugar de la dialéctica neurótica de la relación con el Otro. (Cf. *supra*.)

Ahora vemos mejor por qué este mecanismo es importante para dar cuenta del proceso de desarrollo de las rela-

ciones madre-hijo, y cómo la identificación es un destino de ese apego. Recordamos, por ejemplo, la forma en que Melanie Klein, en sus observaciones clínicas, localizó el duelo necesario a la separación respecto del objeto primario, y el papel estructurante que ella adjudica a la "posición depresiva".

Ahora nos es posible volver a las tres identificaciones freudianas, y considerarlas a partir de la vuelta sobre sí mismos de los toros enlazados según tres escenarios:

- un solo corte, una sola vuelta sobre sí mismo;
- un corte en el toro de llegada de los dibujos precedentes y una vuelta sobre sí mismo;
- un corte en cada toro, y dos vueltas sobre sí mismo.



Partiendo de estas esquematizaciones, Lacan intenta dar apoyo a las diversas identificaciones freudianas. Propone, entonces, la cuestión siguiente: "¿Cómo designar de manera homóloga las tres identificaciones distinguidas por Freud, la identificación histérica, la identificación amorosa llamada con el padre, y la identificación que denominaré neutra, ésa que no es ni la una ni la otra, la identificación con un trazo particular, con un trazo que yo digo cualquiera, con un trazo que sea solamente el mismo? ¿Y cómo repartir estas tres inversiones de toros, homogéneos en su práctica y que, además, mantiene la simetría de un toro a otro?"

En el seminario siguiente, Lacan no retoma este problema en los mismos términos: se dedica a anudar estas identificaciones con la función de lo inconsciente.

Es conveniente, en efecto, situar a lo inconsciente y sus efectos de habla en esta problemática. "El toro es capaz de ser recortado según una banda de Moebius doble, y esto es lo que nos da la imagen del nexo de lo consciente con lo inconsciente".

En otra parte Lacan declara igualmente: "lo consciente y lo inconsciente son soportados y se comunican por un mundo tórico".

El espacio tórico tiene muchas relaciones con la banda de Moebius, pero esto no es perceptible de entrada.

Mediante el revestimiento en doble hoja de una banda de Moebius de cuatro semitorciones a lo largo de su anillo, encontramos, en efecto, una banda de Moebius de una semitorción unilátera* y la más capaz de fundar lo que sucede con el agujero. El agujero es moebiano, en el sentido de que, si una superficie tiene un revés y un derecho, tiene dos agujeros, el del revés y el del derecho. La banda de Moebius, puesto que junta el revés y el derecho, es un agujero.

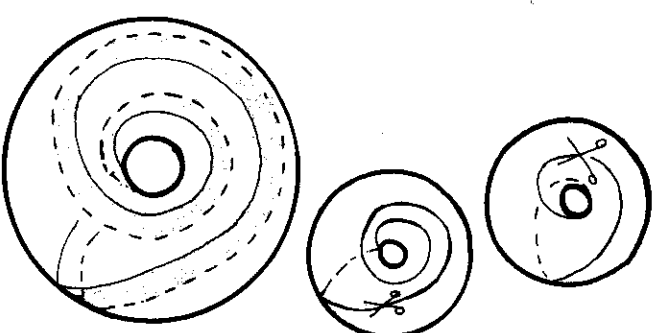
Esta disposición es primordial para el funcionamiento de lo inconsciente, pues permite situar su característica principal. Se trata de un agujero, pero de naturaleza diferente al agujero axial del toro, aunque mantenga con él relaciones particulares.

¿De qué manera puede recortarse sobre el toro una banda de Moebius unilátera, de una semitorción?

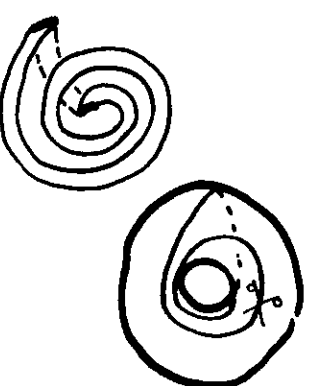
El toro es una superficie sin borde, continua, bilátera y orientable. No se puede pasar del interior al exterior sin atravesar un borde, una frontera, sin crear un fenómeno de ruptura. Así, pues, es matemáticamente imposible inscribir sobre su superficie una banda de Moebius unilátera y no orientable. * Para inscribirla, es menester un proceso particular con sus acontecimientos específicos, que volveremos a trazar: operamos primero un corte en doble rizo, en ocho interior, del que además hemos visto que equivale al borde de la banda de Moebius.³ Merced a este procedimiento, rodamos dos veces el agujero axial.

Obtenemos así una banda con cuatro semitorciones, número par, y por tanto una banda bilátera con dos bordes (materializados aquí por una escritura diferente de los dos bordes).

Al precio de una ligera transformación del corte, podemos observar una semitorción, a menudo olvidada. Es una torsión, al borde del pliegue, que da cuenta del agujero axial del toro.



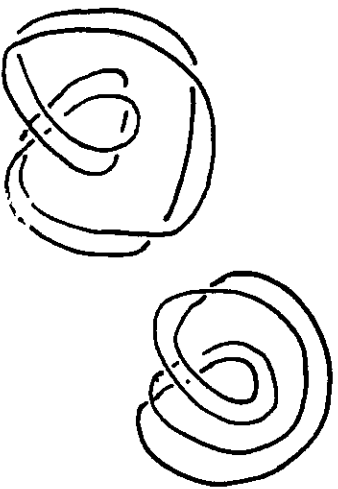
En el primer dibujo, esta semitorción está reducida, en efecto, a un punto. Esta reducción se debe a nuestra dificultad de representación mental del toro mismo. Sin esta semitorción, ya nada distingue al toro de la esfera. La semitorción es aquí la expresión de la estructura del toro. Sin embargo, el pegado de estas dos semitorciones, una sobre la otra, permite crear la banda de Moebius. Precisamente por estas dos semitorciones, el toro "recortado así" revela ser "el revestimiento de dos hojas" de la banda de Moebius. Los dibujos siguientes ilustran este proceso etapa por etapa. Retomemos el desarrollo a partir del corte:



Por Flexibilidad, después podemos reducir la superficie del toro al espacio que bordea al corte.

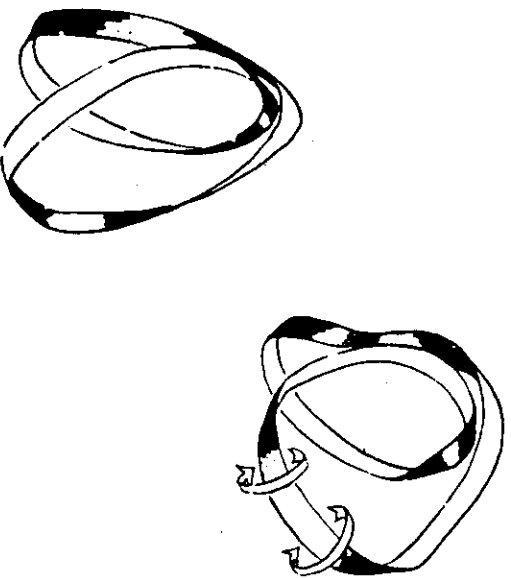
Quedan dos trozos de pliegues.

La superficie se recruza ella misma.



Podemos reducir entonces los pliegues a la semitorción que ellos representan, y después poner los dos rizados en “espejo” y acercarlos. Finalmente, vemos cómo un pegado de estos dos rizados, a lo largo de su superficie, crea una banda de Moebius unilátera de una semitorción.

Es lo que se denomina a revestimiento de dos hojas de la banda de Moebius.



Además, este trayecto es lo inverso del corte de una banda de Moebius. En efecto, ese corte crea una banda bilateral de cuatro semitorciones. Se trata de la banda que es recortable sobre el toro.

El revestimiento de doble hoja es la operación que da cuenta de la manera en que inconsciente y consciente “se comunican por un mundo tórico”. Es lo que sucede, por ejemplo, en lo que Freud llama la “doble inscripción”: el mismo recuerdo se inscribe en una cadena inconsciente y en una consciente. La banda de Moebius da la estructura de la cadena significante y de los efectos de corte de ciertas palabras, como la interpretación.

Esta relación de la banda de Moebius con la estructura del toro entraña una serie de cuestiones en el momento de las primeras identificaciones y del aprendizaje de la lengua. *A contrario*, la psicosis y su tratamiento psicoanalítico posible encuentran tal vez una nueva vía gracias a estas formalizaciones. En efecto, ¿qué es la interpretación en la estructura psicótica? ¿No se trata, más bien, de una construcción?

Cabe preguntarse si se trata de un corte o del pegado de un revestimiento de dos hojas. Lo que aquí está sobre el tapete es la estructura de la lengua, y los objetos topológicos proporcionan el medio para formalizarla.

Notas

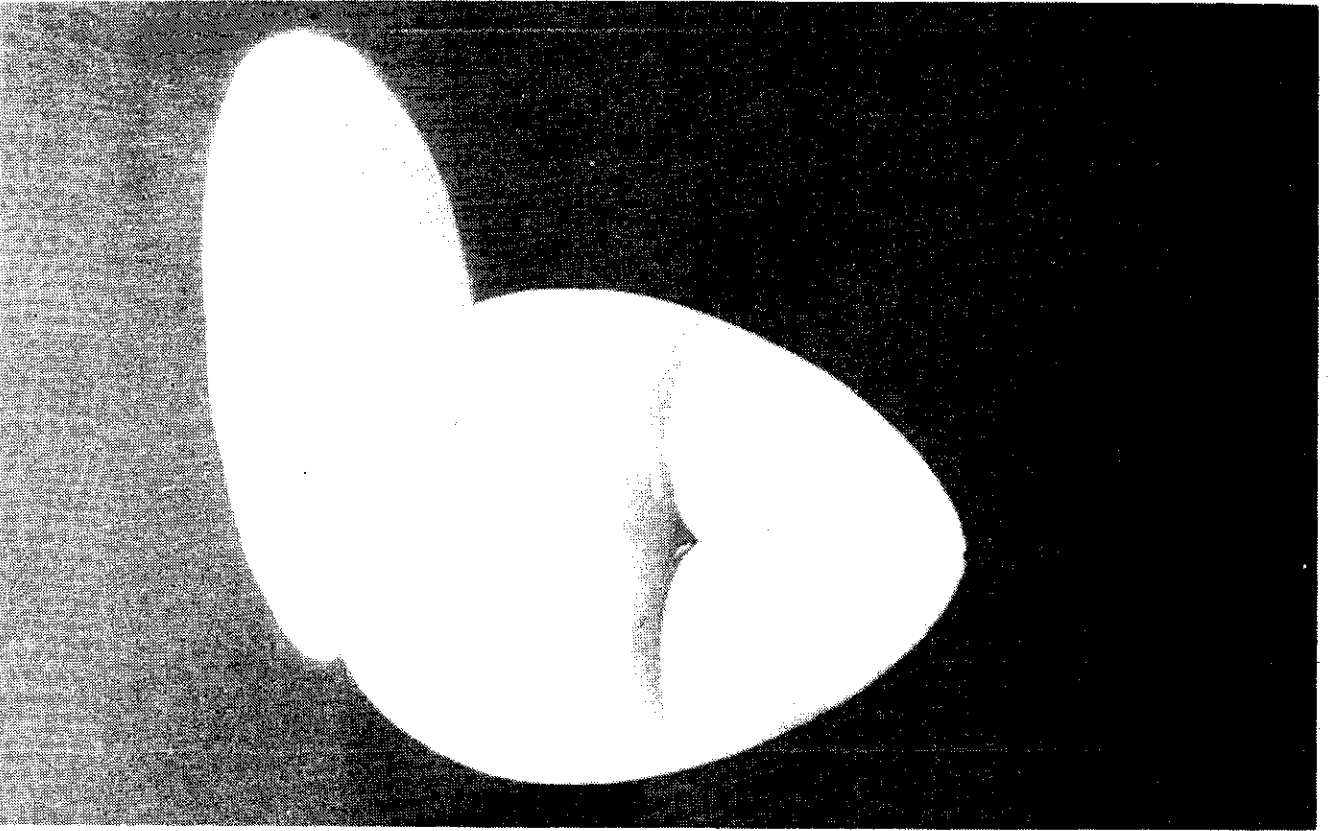
¹ Seminario sobre “L'identification”, 23 de mayo de 1962.

² Seminario del 16 de noviembre de 1976, *Ornicar?*, n.º 12-13, Le Seuil.

³ Cf. capítulo 2.

Capítulo 4

EL PLANO PROYECTIVO O CROSS-CAP



El *cross-cap*

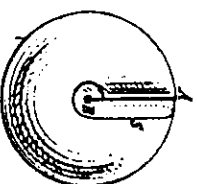
El dibujo del *cross-cap*, tal como lo encontramos en la enseñanza de Lacan, data de 1890. Aparece por primera vez en la obra de Van Dyck.

Esta superficie cerrada, sin borde y unilátera,* es un objeto abstracto cuya definición matemática precedió a su representación (ver fotografía); es una presentación del plano proyectivo.

El plano proyectivo es el espacio en el cual se concibe la geometría proyectiva. Se define por la adición de un punto llamado, por convención, al infinito, en el plano cartesiano (las tres coordenadas x, y, z , de nuestros libros de cálculo).

En la década de 1880, matemáticos como Felix Klein o Schläfli reconocen en este objeto abstracto la cualidad de ser unilátero, o no orientable.*

A Van Dyck se debe la primera representación del plano proyectivo, que él plasma en el dibujo siguiente, poco explícito.



Rigurosamente hablando, este dibujo es una imersión* del plano proyectivo en nuestro espacio ordinario. Pero el propio plano proyectivo debe concebirse como un espacio al mismo título que nuestro espacio ordinario.

Su superficie es continua, y da cuenta de lo infinito del espacio del plano proyectivo. (El término "continua" significa "sin borde".) También es unilátera, es decir que el interior se halla en continuidad con el exterior. Es una superficie cerrada, pero que no delimita al espacio.

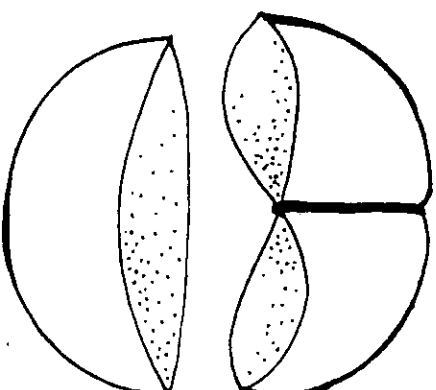
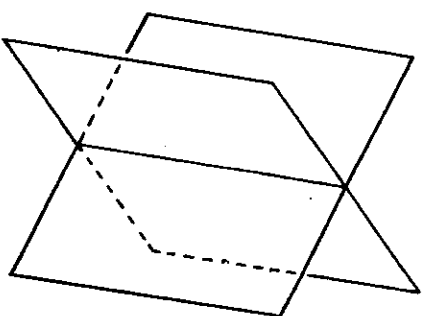
Los trazos de los dibujos no son estructuralmente fronteras, sino líneas de pliegue y un recorte (en la fotografía, línea vertical en mitad del huevo).

El recorte es un fenómeno que escapa a nuestra percepción intuitiva de lo cotidiano. Su dificultad se debe al hecho de que el objeto *cross-cap* sólo es físicamente realizable en nuestro espacio ordinario al precio de dicho recorte. Recuérdese que esto no tiene nada de extraordinario, toda vez que se trata de un espacio distinto que nos permitirá percibir, a contrario, las leyes de nuestro espacio corriente. Para nosotros, estas leyes las experimentamos como evidencias, y el *cross-cap* posee el mérito de someterlas a interrogación.

Para pensar su estructura es menester un esfuerzo de imaginación, se requiere admitir fenómenos particulares como el recorte o la "línea doble"; dos superficies se recortan, se trata de un recorte abstracto que no está situado en ninguna parte. Lacan lo llama "seudorrecorte".

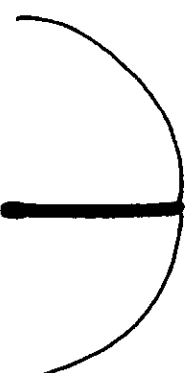
Dos superficies se recortan, pasan la una en la otra según una línea arbitrariamente trazada. Si imaginamos una hormiguita marchando sobre una de sus superficies, ella continúa este trayecto ignorando que otra superficie ha atravesado la primera.

El *cross-cap* es una esfera sujeta por una línea de recorte. De un lado, se cierra como una esfera, y entonces la línea es una línea de pliegue. El dibujo representa dos espesores de superficie puestos uno sobre el otro. Sin embargo, en la parte superior del dibujo, el *cross-cap* se cierra invirtiendo esos dos espesores. Estos se recortan según una línea doble.

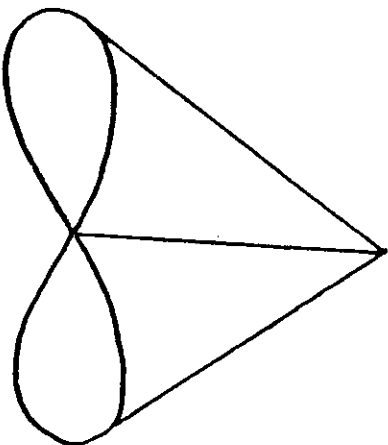


Esta estructura posee dos puntos especialmente difíciles de pensar.

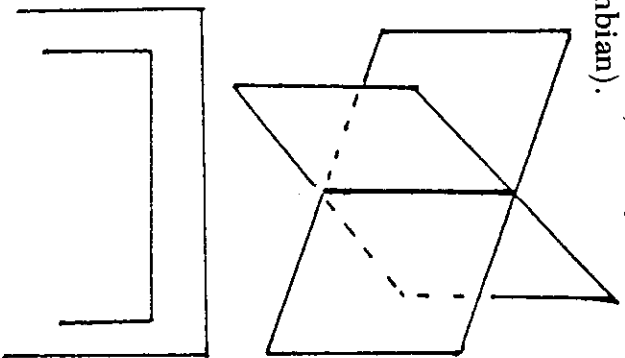
El primero es aquel en que esa línea doble se interrumpe. La superficie se cierra sobre este punto.



Cuando se acota únicamente esta particularidad, se obtiene el denominado cono en ocho: es un cono cuya superficie se recorta a sí misma. La línea que recorre la parte inferior del cono traza un ocho alargado.



El segundo punto, que somete nuestro imaginario a una prueba más dura todavía, es el punto de partida de esa línea de recorte. Representa el punto de lo imposible de pensar, pero no de escribir. Es el punto fuera de línea, punto donde localmente se pasa de una situación en que dos superficies son puestas una sobre otra, a una situación en que las dos mismas superficies se recortan. Podemos decir que este punto resume el conjunto de las características del *cross-cap*, transformar un objeto bilátero (dos espesores puestas uno sobre el otro) en objeto unilátero (los dos espesores se intercambian).

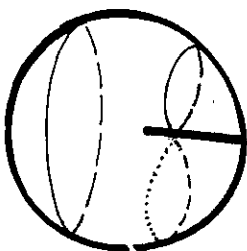


En efecto, la consecuencia de este recorte es poner en continuidad la cara externa con la cara interna.

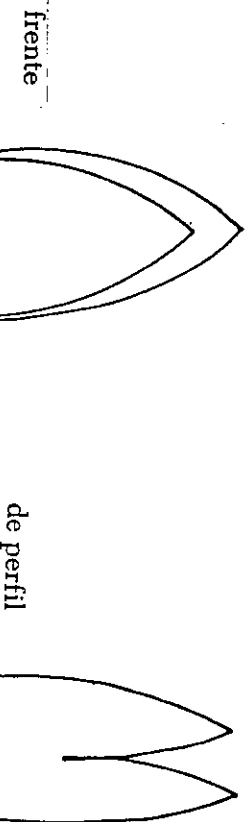
Si consideramos al *cross-cap* como una superficie pura sin espesor, el interior de la esfera se comunica con el exterior. De la misma manera, la banda de Möbius pone en continuidad el derecho con el revés.

Sobre esta superficie podemos escribir ahora los diferentes trayectos posibles para nuestra hormiga: las cuatro posibilidades se presentan del siguiente modo:

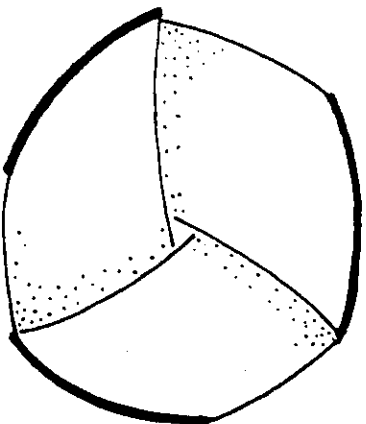
- derecho delantero
- revés trasero
- revés delantero
- - - - derecho trasero



Lacan llama también a esta figura "gorro cruzado", término que no es otra cosa que la traducción de *cross-cap*. A veces emplea también el término "mitra de obispo". Alude entonces a la forma real de una mitra de obispo prendida por el medio, una mitra cuya parte inferior estaría cerrada de una manera esférica y cuyo recorte no sería un efecto banal de costura sino, efectivamente, el paso por detrás de lo que estaba delante, y viceversa.



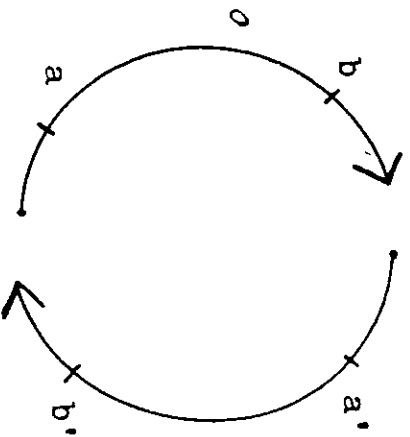
La superficie de Boy es otra inmersión del plano proyectivo, construida sobre una banda de Moebius. Mientras que el *cross-cap* está construido sobre una banda de Moebius de una semitorción, la superficie de Boy lo está sobre una banda de Moebius de tres semitorciones, como lo muestra el dibujo siguiente: aquí no se trata de una demostración sino únicamente de un dibujo que hace perceptible la construcción de la superficie de Boy.



Pero volvamos a la definición misma del plano proyectivo.

Para los matemáticos, el plano proyectivo es ante todo una estructura de organización tal que a cada punto de la esfera le está asociado el punto diametralmente opuesto.

Así, un punto situado en el lugar (a) corresponderá, será idéntico a un punto situado en el lugar diametralmente opuesto (a'); lo mismo sucede con (b) y (b'). Se describe

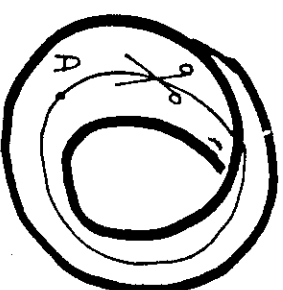


así: una relación circular, una estructura donde los trayectos se enmarañan en estrella.

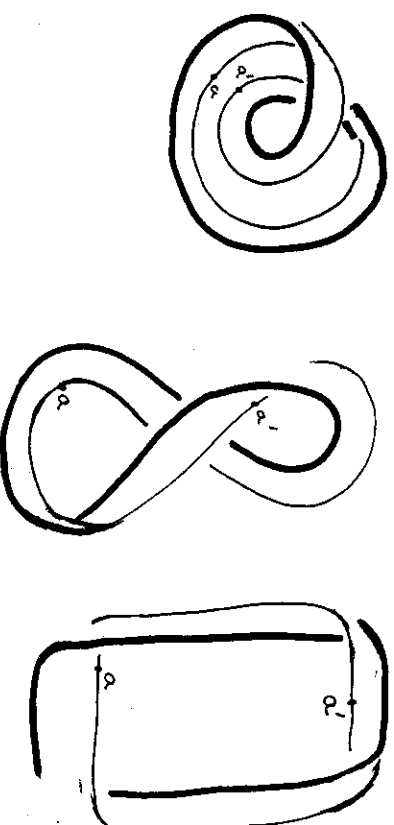
Como también se trata de una estructura continua, no hay ninguna posibilidad de marcar su punto de partida.

A partir de esta definición se puede construir una banda de Moebius. Al comienzo se toma una banda simple de dos caras sobre la cual se hace corresponder, a un punto, otro punto diametralmente opuesto. Se opera entonces una serie de construcciones que transforman la banda simple en banda de Moebius.¹

Los dibujos siguientes muestran esta construcción pero invirtiendo el trayecto. El lector seguirá mejor la descripción de la banda de Moebius y el destino del punto A sobre los dos bordes del corte.



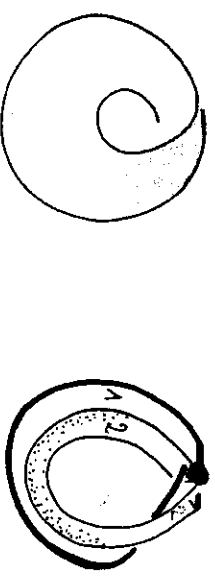
El problema de las torsiones, cuyo número es par, que mantienen las dos caras de la banda simple, será tratado en el capítulo siguiente. Se trata de una característica que no modifica la naturaleza intrínseca de la superficie.



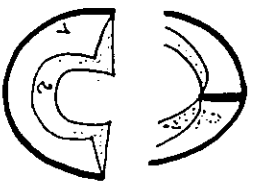
Sobre el *cross-cap*, esa equivalencia entre puntos diametralmente opuestos crea un enmarañamiento que todavía deja en el centro un punto inimaginable. Lacan lo sitúa así: "Esta relación circular hay que percibirla como una suerte de entrecruzamiento radiado que concentra el intercambio de un punto al punto opuesto del borde único de este agujero, y que lo concentra alrededor de un vasto entrecruzamiento central que escapa a nuestro pensamiento."²

Como los dibujos precedentes permiten conjeturar, es posible construir un *cross-cap* a partir de una banda de Moebius. A *contrario*, se puede definir una banda de Moebius a partir del *cross-cap*: es un *cross-cap* agujereado.

Para obtener el *cross-cap*, primero hay que plegar la banda de Moebius en el sentido del largo. Entonces, en el lugar de la torsión, sea derecha o izquierda, hay un problema.

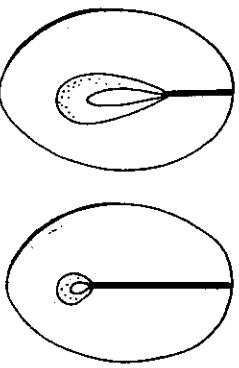


Los dos lados del pliegue deben cruzarse (las cifras en punteado del dibujo indican su desplazamiento continuo sobre el revés de la superficie); la línea doble o el recorte escribe esta estructura de cruce de las superficies:



Ahora sólo queda cerrar el conjunto de la superficie, es decir, reducir el agujero a un punto.

Antes del cierre del agujero, este objeto es una banda de Moebius; después de este mismo cierre, es un *cross-cap*. Esta es la razón por la cual, respecto del *cross-cap*, se habla de espacio moebiano.



Este punto permanece irreductible. En cuanto desparece como agujero, lo que adviene con las superficies entra en el misterio, ya que nada hace ahora de frontera. Esto es lo que permite a Lacan dar vuelta la cuestión.

El agujero, este agujero, pasa a ser el punto de partida de la construcción: el *cross-cap* es una organización del agujero. "El [*cross-cap*] escamotea el agujero."³

"Es una superficie que en cierto modo ha ocupado el lugar del agujero, una superficie donde se conjetura, aunque lo importante para la estructura del agujero siga siendo el punto central, aquel donde comienza para nuestra representación la línea de seudorrecorte."⁴

Esta manera de hacer aparecer el *cross-cap* da a su superficie una dimensión enteramente particular. En efecto, este punto central, si es posible subsumir en él toda la historia matemática del "punto al infinito", es también lo que permite a Lacan hacer un uso nuevo de este objeto topológico. Lo que a él le interesa es el corte y el lugar de este punto agujero en los efectos de corte.

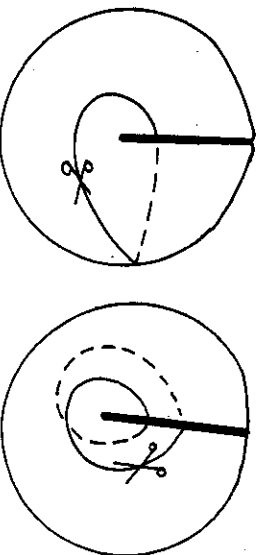
Este uso del corte subvierte por completo el discurso matemático. Aquí el corte es una operación. Nunca se enfatizará bastante la originalidad de este desarrollo.

Tal cualidad operatoria del corte nos lleva a comprender el interés de Lacan por el nudo borromeo (aquel cuya definición se asienta sobre esta operación de corte). Pero ya volveremos a él. Primero tenemos que presentar con detalles este corte sobre el *cross-cap*, cuyas características

permiten una formalización económica y sintética de la experiencia analítica.

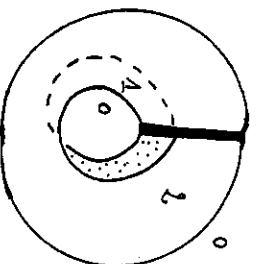
El corte tiene una relación particular con el punto central del *cross-cap*, como lo manifiesta esta serie de dibujos: un corte simple abre la superficie sin dividirla.

Pero basta con hacer cumplir a este corte dos veces la vuelta al punto central, para dividir la superficie:



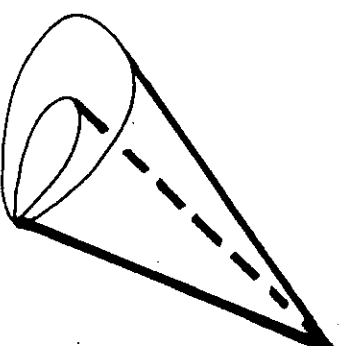
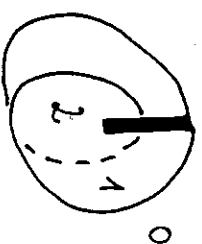
Se obtienen entonces dos pedazos:

—una banda de Moebius que puede ser izquierda o derecha en su despliegue (es la banda plegada en el sentido del largo).



—un disco, que posee este punto particular del *cross-cap*. (Las cifras remiten al número de espesores).

Se trata de un disco bilátero, con una línea doble, como lo muestra el dibujo siguiente; también parece emparentarse con un cono en ocho, construido sobre un ocho interior.



El disco bilátero, de dos caras distintas, lleva el punto esencial a la superficie del *cross-cap*. La doble cualidad de este objeto, bilátero de dos caras para la definición, pero sin embargo llevando el punto esencial a la estructura unilátera del *cross-cap*, da a este disco un estatuto particular.

Intuitivamente, se percibe que, partiendo de este disco, basta con pegar el borde del ocho interior sobre sí mismo para obtener de nuevo el *cross-cap*. Este disco es lo que Lacan identifica con el objeto *a*:

“Articulando la función de este punto, podremos hallar toda clase de fórmulas felices que nos permitan concebir la función del falo en el centro de la constitución del objeto del deseo.”⁵

El punto de lo imposible de pensar, pero no de escribir, el punto fuera de línea, Lacan lo identifica al Φ .

Para Lacan, el *cross-cap* es el “soporte topológico que podemos dar al fantasma”.⁶

El fantasma es el corte del *cross-cap* que desprende un objeto sin imagen especular, el disco central, de una banda de Moebius.

Para ser más rigurosos, debemos agregar que ese corte crea la banda de Moebius y el disco que lleva el punto central.

Lacan hace de esta figura del *cross-cap* un uso original; el corte es una operación que no tiene la función de subrayar una definición, sino de provocar una transformación que resulta formalizada en cuanto tal: se trata de la

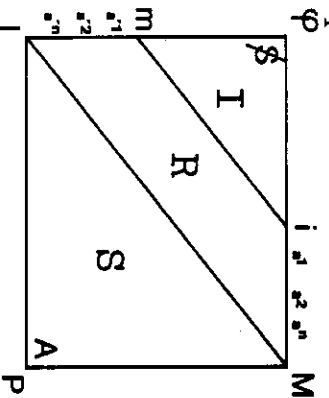
constitución del fantasma. La formalización del fantasma se escribe con ese reto, el objeto a , desprendido de una banda de Moebius, que representa al sujeto barrado a causa de esa pérdida. Vemos, pues, que la operación de corte sintetiza, resume, la definición del sujeto con respecto al objeto, al mismo tiempo que sus relaciones. Estas se formalizan en otra parte como "separación-alienación", escritas entonces con el matema: $\$ \diamond a$.

Ahora podemos referirnos al esquema R, que Lacan había trazado varios años antes y que él define, en una nota de 1967, como el despliegue de un plano proyectivo:

"Tal vez hay interés en reconocer que enigmáticamente entonces, pero perfectamente legible para quien conoce la continuación, como es el caso si pretende apoyarse en ello, lo que el esquema R pone en evidencia es un plano proyectivo.

"Especialmente los puntos para los que no por azar (ni por juego) hemos escogido las letras con que se corresponden mMI y que son los que enmarcaron el único corte válido en este esquema (o sea el corte mMI), indican suficientemente que este corte aísla en el campo una banda de Moebius."

Así, pues, el esquema R es un aplanamiento del plano proyectivo o un despliegue del *cross-cap* sobre el cual se han practicado dos cortes: uno se sitúa en el lugar mismo de la línea de recorte del dibujo clásico. Este corte permite delimitar una superficie donde cuatro puntos son localizados y pueden asimilarse después con los cuatro ángulos de un cuadrado. Sobre este cuadrado, el corte del fantasma si-gue los trazos que delimitan "el campo de la realidad", llamado R en el esquema.



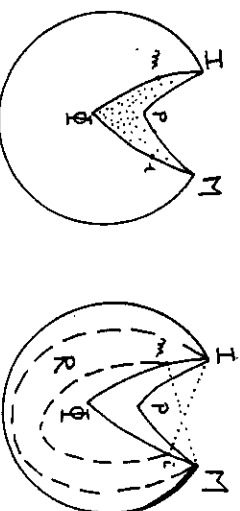
Los dibujos siguientes muestran estos dos cortes y su destino sobre el *cross-cap*.

El cuadrado del esquema R adopta la forma de un bolsillo, de una esfera, a la cual se le ha quitado una porción.

Entonces podemos escribir sobre la superficie las letras del esquema R.

El cruce en líneas de puntos evoca tanto el cierre del *cross-cap* como la torsión de la banda de Moebius mMI.

(Además, sobre el trayecto del corte llamado "del fantasma", hay desplazamiento de la superposición.)



Por este hecho, el campo de la realidad sobre el esquema R es directamente legible sobre el *cross-cap*, como el corte en forma de ocho interior. Se trata de la operación que efectúa el fantasma fundamental: separar y juntar, a la vez, un sujeto y un objeto. Al mismo tiempo, el fantasma constituye el marco de nuestra percepción de la realidad.

Aquí reaparece la utilización de la banda de Moebius como operación de corte que permite develar la estructura. Ella hace posible un despliegue que es solamente propio del habla. Vemos cómo la topología sintetiza, resume diversos aspectos retomándolos [*représentant*] en una misma toma [*prise*] de sentido sincrónica, estructural. De este modo permite sacar a la luz la operación, el funcionamiento de los conceptos entre sí y precisamente por esto ella es la estructura.

Fundamentalmente, se trata de una toma en consideración de los efectos operatorios del habla en tanto interpretación.

La transferencia es entonces el espacio en el cual ese corte opera. (Aclaremos que a estas nociones es preciso

agregarles una concepción de la transferencia.) También es sobre la figura del *cross-cap* donde Lacan establece la estructura de la transferencia. De este modo, la situación analítica queda articulada por el mismo objeto er. La medida en que su operación pone al descubierto el fantasma fundamental.

En el seminario XI, Lacan habla del lugar del analista en la transferencia⁸ y del modo en que él lo sitúa en el punto central de su construcción.

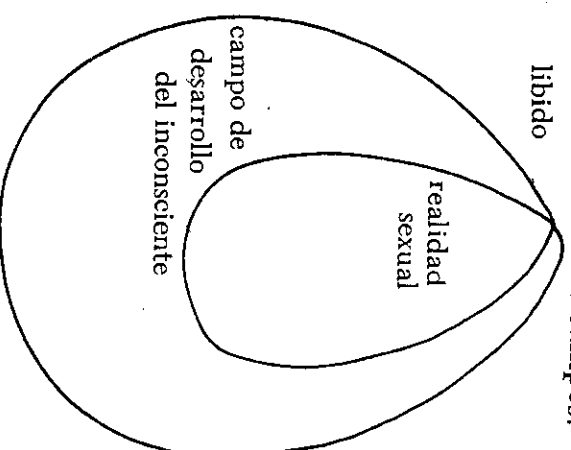
Para dar apoyo a su desarrollo, Lacan vuelve a partir de su célebre fórmula, que por entonces data de unos diez años atrás: "lo inconsciente está estructurado como un lenguaje". Lacan plantea a lo inconsciente como un efecto del habla sobre el sujeto. Es entonces cuando se plantea el problema de situar, en esta formalización, el descubrimiento freudiano de la importancia de la sexualidad. Lacan se sirve de la banda de Moebius y por tanto del *cross-cap* para anudar estos dos aspectos de lo inconsciente: el que Freud despeja al estudiar los "chistes", y el de la representación analizada en sus *Estudios sobre la histeria*.

Para probar la importancia de esta cuestión de la articulación del discurso y el sexo, Lacan comienza apoyándose a *contrario* en la reflexión de Jung. Muestra, para efectuar este anudamiento, que Freud deja tal cual, de qué modo Jung acaba considerando la sexualidad inconsciente como una remanencia del pensamiento arcaico. Como efectivamente probaron después los descubrimientos de Lévi-Strauss, todo parecería indicar que el significante habría nacido a partir de la diferencia sexual. Jung funda así la noción de arquetipo y sacrifica entonces al reconocimiento de lo original la sexualidad como materia del inconsciente. Si la sexualidad está presente en lo inconsciente, lo es en nombre de su importancia original en la construcción del lenguaje.

Es sabido que Freud rechazó siempre esta consecuencia, considerando esencial la realidad sexual de la libido. Recordemos que finalmente rompió con Jung, a quien se consideró por largo tiempo como su sucesor.

Lacan retoma esta articulación del sexo y el habla y se

sirve de la banda de Moebius y del espacio que ella funda como punto de partida para hacer perceptibles los puntos de unión y de disyunción entre ellos. Efectúa así una primera distinción conceptual: habla del campo de desarrollo inconsciente para expresar su aspecto de lenguaje, distinguiéndolo de la realidad del inconsciente, que es sexual. La libido es entonces ese punto de cruce que podemos dibujar sobre las superficies encerradas por un ocho interior: se trata del punto de unión entre los dos campos.



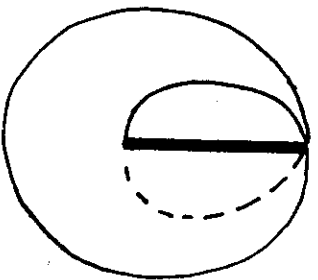
Para el sujeto deseante, sólo a partir de este punto donde él desea es dada a estas percepciones la connotación de realidad. La alucinación lo muestra a *contrario*.

Por el hecho del desfiladero de los significantes y de su naturaleza discontinua, la demanda que se articula en significantes deja siempre un resto. El deseo es metonímico y corre por debajo de la cadena. Sin embargo, sólo él asegura la cohesión de los elementos discontinuos que son las palabras. Es para un sujeto deseante que la frase se cierra sobre un sentido.

Lacan agrega que este punto de unión "libido" se inscribe en la transferencia, en el espacio de la transferencia: se debe tener cuidado y no concebir esta formalización co-

mo subjetivada, representando a un individuo en su funcionamiento.

Se trata de la situación analítica. Pues este dibujo donde un lóbulu oculta a otro, dibujo de la banda de Moebius, aquí está tomado enteramente en una superficie. Lo que efectúa la instalación de la transferencia es este atravesamiento del lóbulu oculto hacia la parte delantera, según una línea de recorte.



Se trata cabalmente del *cross-cap*, cuya estructura podemos reconocer.

Lacan describe la operación en la siguiente forma:

"El *cross-cap* pueden ustedes obtenerlo a partir del ocho interior. Hagan unirse dos a dos los bordes tal como aquí se presentan, por una superficie complementaria, y ciérrenla. En cierto modo ella cumple el mismo papel de complemento con respecto al ocho inicial que una esfera con respecto a un círculo, una esfera que cerraría lo que ya el círculo se ofrecería para contener. Pues bien, esta superficie es una superficie de Moebius, y su derecho continúa a su revés. De esta figura se desprende una segunda necesidad: la de que para cerrar su curva tiene que atravesar en alguna parte a la superficie precedente, en este punto, según la línea que acabo de reproducir."

Y Lacan añade: "Esta imagen nos permite figurar al deseo como lugar de unión del campo de la demanda donde se presentifican las síncopas de lo inconsciente con la realidad sexual."

"Todo esto depende de una línea que llamaremos el deseo, ligado a la demanda."

"¿Cuál es, este deseo? ¿Piensan ustedes que es ahí donde yo designo la incidencia de la transferencia? Sí y no. Verán que la cosa no es tan sencilla, si les digo que el deseo de que se trata es el deseo del analista."

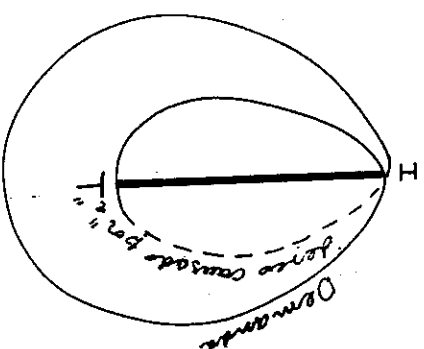
Para que lo inconsciente se revele, para que operen la interpretación y sus efectos de alivio del sufrimiento psíquico, de sedación de los conflictos, para que opere el corte del habla, hace falta la situación analítica en su integridad y precisamente el deseo del analista que funda la transferencia.

Si este deseo está indicado en el punto central del *cross-cap*, es porque representa al analista como objeto *a*, marcado por el corte del objeto y por su pérdida.

La transferencia se funda sobre el deseo del analista, es decir, del corte que, según él, signó el advenimiento del deseo y el desprendimiento del objeto. El *cross-cap* es introducido como espacio hecho necesario por la formalización de la cura. Es importante darse el tiempo de observar este pasaje de la topología de ilustración a la equivalencia entre espacio y estructura.

Para ello, conviene precisar la formalización de la transferencia.

Lacan escribe sobre el ocho interior los lugares de las diferentes nociones que hemos abordado.



Así, sitúa al analista sobre esta línea entre (I), el punto de la identificación fascinante, y *a*, el objeto, en el punto de partida de la línea, donde escribe (T), punto de base de

la transferencia. Insiste entonces sobre ese más allá de la identificación, que debe recordarse signa, para los análisis del otro lado del Atlántico, el fin del análisis. Ese más allá se define por la relación y la distancia del objeto *a* a (**I**) mayúscula, idealizante de la identificación.

Tenemos otra vez el lugar de las letras del esquema R y el contorno del corte que opera el fantasma. Dejar aparecer en la cura el lugar del objeto *a*, es también permitir que se instalen el fantasma y el corte que opera entre el sujeto y el objeto. Por esta operación, precisamente, el sujeto puede identificarse con aquello que él desea.

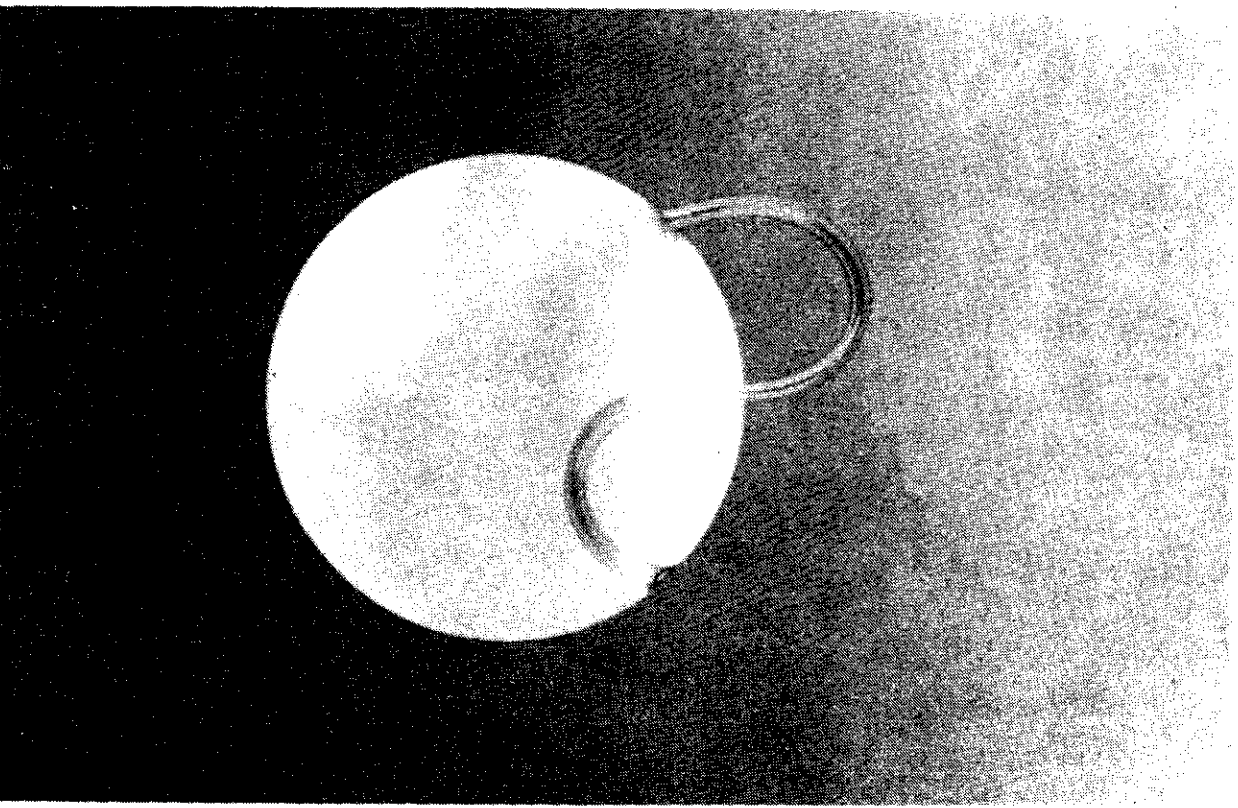
Como podemos ver, el *cross-cap* es una estructura fundamental en la formalización del análisis por Lacan, sobre todo porque permite mostrar la operación que efectúa el habla. Esta da sostén al acto analítico, indicando los puntos conceptuales entre los cuales éste opera.

¿Qué hace un psicoanalista? Lacan proporciona aquí una primera respuesta.

Posteriormente, con el nudo borromeo, suministra otra teoría de este conjunto. Pero a esta altura se puede remarcar ya que sitúa el corte en un lugar todavía más central de la constitución misma de los conceptos en juego.

Notas

- 1 Cf. capítulo 2.
- 2 Seminario del 6 de junio de 1962, no publicado, "L'identification".
- 3 Seminario del 23 de mayo de 1962, no publicado, "L'identification".
- 4 *Ibid.*
- 5 Seminario del 27 de junio de 1962, no publicado, "L'identification".
- 6 *Ibid.*
- 7 "Du traitement possible de la psychose", *Écrits de Lacan, Le Seuil, 1969*, p. 553. (Hay edición castellana: *Escritos II*, México, Siglo XXI, 1979, p. 239.)
- 8 Seminario XI, "Quatre concepts fondamentaux de la psychanalyse", Le Seuil, 4ª parte, "Le transfert", p. 243. Hay edición castellana: *Los cuatro conceptos fundamentales del psicoanálisis*, Barcelona, Barral, 1977, p. 274.



La botella de Klein

Capítulo 5

DE LO ESPECULAR A LO NO-ESPECULAR
(Botella de Klein)

Existe en topología general un fenómeno que, siendo patente, sin embargo casi siempre se desconoce: se trata de la torsión derecha o izquierda de los objetos topológicos.

Nada tiene de exagerado comprobar que, sin embargo, la ciencia se creó en torno de este fenómeno. Galileo, por ejemplo, desplaza la torsión del sol a la tierra del exterior al interior.

Asimismo, la vida pone en escena esta torsión en los puntos clave de su aparición. Así sucede con la doble hélice del ADN, que da cuenta de la estructura fisicoquímica de los cromosomas, pero también con el cordón umbilical, que es una triple cadena de una arteria y dos venas.

Pese a ello, en su conjunto, ni los físicos ni los matemáticos se ocupan para nada de este fenómeno, lo apartan completamente de sus definiciones, olvido que, las más de las veces, no se debe en absoluto al azar.

En efecto, en este conjunto de hechos, la importancia del espejo y de la vuelta que opera es primordial.

Para el espejo, el objeto y su imagen invertida son idénticos. La torsión derecha se vuelve torsión izquierda, pero las dos se perciben como si fueran la misma.

De hecho, el hombre encuentra en la imagen invertida del espejo una ilusión tan primordial para su identidad que esta diferencia derecha-izquierda permanece desconocida.

El hombre es su imagen invertida, su *enantiomorfo* [*enantiomorphes*], su imagen especular.

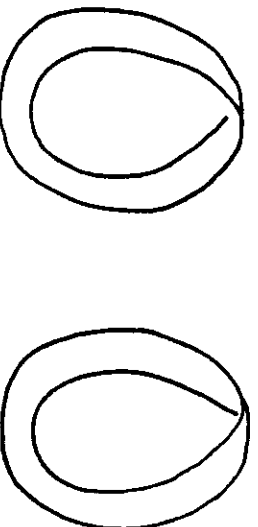
Hizo falta Lacan, y la importancia que supo dar a esta identificación con la imagen que devuelve el espejo, para

deshacer ese sentimiento de identidad entre torsiones izquierda y derecha.

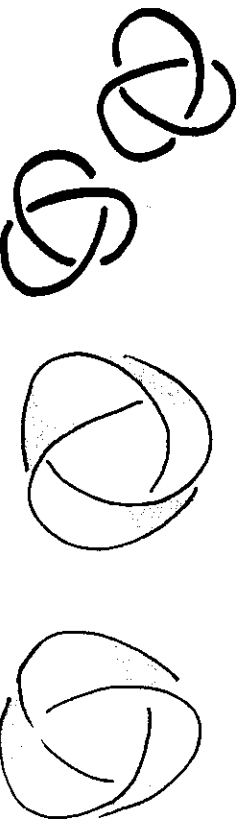
Precisando un poco, sólo gracias a la formalización de un objeto a , sin imagen especular, se pueden pensar en su originalidad y en sus efectos la imagen y su reflejo.

Precisemos la topología de esta organización: hay objetos que tienen una imagen enantiomórfica, es decir, una imagen especular.

Así, la banda de Moebius presenta una torsión derecha o izquierda:



De la misma manera, hay un nudo de trébol derecho y un nudo de trébol izquierdo, según que sea el borde de una banda de Moebius de tres semitorciones derechas o izquierdas:

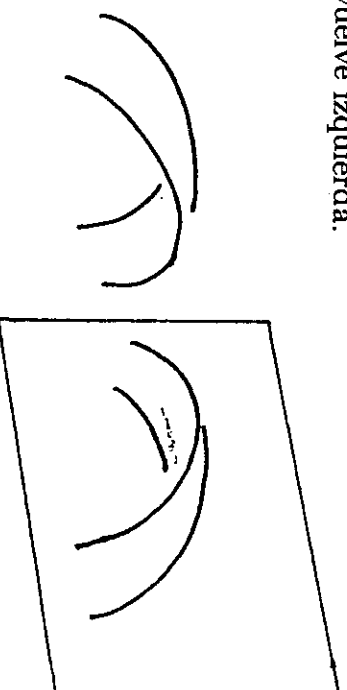


Cuando digo "hay", de hecho estoy remitiendo a una evidencia topológica: se dice que dos objetos son diferentes siempre que se dé la condición de que sea imposible pasar del uno al otro por transformación continua. En este ámbito, donde las formas tienen la flexibilidad del caucho, no es tan corriente hallar dos formas de las que sepamos con certeza que son diferentes. Ahora bien, es imposible transfor-

mar de manera continua una banda de Moebius izquierda en una banda de Moebius derecha. El sentido de la torsión asegura a cada una de ellas una existencia radicalmente diferente.

El espejo invierte, en efecto, el objeto que enfoca, según un eje de simetría vertical de derecha a izquierda (y no, por ejemplo, de abajo arriba...).

Esta letra E pasa a ser el signo E, una torsión derecha se vuelve izquierda.



En cambio, no bien un objeto tiene un eje de simetría interno y vertical, la imagen en el espejo es idéntica. Esta letra A deviene A, no queda transformada por el reflejo del espejo.

Este es el caso del cuerpo del hombre, que parece tener un eje de simetría vertical. (Recordemos que hay aquí una ilusión de la representación, porque... el corazón está a la izquierda, o a la derecha en el espejo, el apéndice está a la derecha...).

En estos pares de objetos derecho e izquierdo, la simetría es sólo aparente y crea, por el contrario, una barrera infranqueable. Una banda de Moebius izquierda nunca se convertirá en una banda de Moebius derecha. La una es totalmente diferente de la otra, aunque tengan las mismas propiedades. La torsión crea una simetría con respecto al espejo que las diferencia totalmente.

A partir de esta relación del objeto con su imagen en el espejo, Lacan funda la relación imaginaria constitutiva del Yo. El hombre se mira en el espejo y se reconoce en el reflejo que ve.

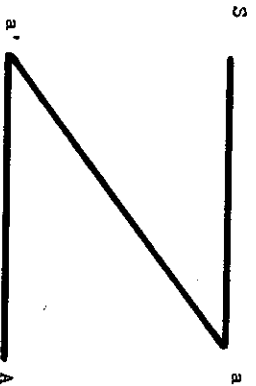
En 1958, en el esquema L, Lacan define la condición del sujeto a partir de esta relación.

Así: el sujeto es parte interesada de este discurso en tanto se encuentra enganchado a las cuatro puntas del esquema; sean "(S), su inefable y estúpida existencia.

— (a) sus objetos.

— (a') su yo, o más bien lo que se refleja de su forma en los objetos.

— y (A) el lugar donde puede plantearse para él la cuestión de su existencia".¹



Esta relación entre (a), los objetos, y (a'), el yo, es la primera articulación que Lacan argumenta en lo relativo al problema que nos ocupa. Vemos que el "yo" tiene ya una definición que exige ser desarrollada.

Entre (a) y (a'), toda la relación imaginaria está en juego. Se trata de un espacio particular al que Lacan otorga sus cartas de nobleza. "Imaginario" no quiere decir falso, o al menos su falsedad es estructural y necesaria para el establecimiento del discurso en el que el neurótico encuentra su lugar. De su carencia, de la no instalación de esta relación imaginaria, sufre el psicótico.

En efecto, el estadio del espejo es fundamental para la instauración de este par imaginario. El hombre se aliena en su propia imagen en el desconocimiento de la torsión.

Esta precipitación identificatoria que desencadena, como sabemos, el júbilo del niño, tiene múltiples aspectos estructurantes. Su carencia permite localizar elementos de la clínica de las psicosis.

En la relación especular se estructura, en efecto, la unidad tanto del objeto como del sujeto.

La esquizofrenia, con ese cortejo de manifestaciones

clínicas que podemos resumir bajo el término de "cuerpo fragmentado", es una consecuencia de la imposible unidad del sujeto. Instancias diferentes se arrojan sobre el cuerpo propio del psicótico. "El cuerpo propio tiene toda la importancia", sirve de (a), de (a') y de (A), y, a pesar de todo, busca dar consistencia a un discurso.

La relación especular estructura la unidad del objeto: Lacan habla, a este respecto, de estructura paranoica del conocimiento...: "La que constituye el yo y los objetos bajo atributos de permanencia, de identidad y de sustancialidad, en una palabra bajo forma de entidades, o de "cosas" muy diferentes de esas *gestalt* que la experiencia nos permite aislar en lo movido del campo tendido según las líneas del deseo animal."²

Así como, cuando esa relación se deshace, es posible evocar la esquizofrenia, así, en la formalización misma de la unidad del objeto, se impone la paranoia.

Para el paranoico, (a) y (a') no basan su diferencia sino sobre sí mismos. El sujeto y su imagen no encuentran apoyo para su separación más que por ellos mismos, y de ahí la precipitación de esa separación en la rivalidad mortal. El objeto se fija en una imagen congelada en el espejo donde el sujeto no puede leer más que la agresividad de un semejante, el pequeño otro.

Su propia imagen unificante es la enemiga, se trate de los vecinos que le tienen inquina y lo vigilan, o bien de ese odio, supuesto en los otros y desconocido, que lo lanza a recriminaciones infinitas. Los otros son depositarios por sus miradas de esa imagen donde él no puede sino alienarse. Para separarse de ella no tiene más posibilidad que matarla, que invocar su muerte, para existir como sujeto en su verdad de *parlêtre*.

La muerte es aquí el equivalente de una llamada a lo simbólico. Lacan lo formula así: "La pareja imaginaria del estadio del espejo, por lo que manifiesta de contranatura, si hay que referirla a una prematuración específica en el hombre, resulta apropiada para dar al triángulo imaginario la base que la relación simbólica pueda en cierto modo recubrir.

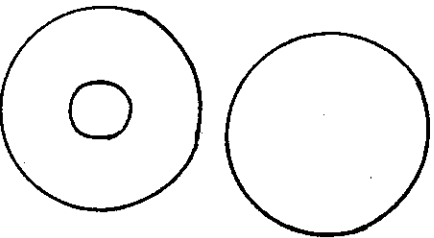
“En efecto, es por la hiancia que abre esta prematuración en lo imaginario, y donde abundan los efectos del estadio del espejo, que el animal humano es capaz de imaginarse mortal”.³

La muerte ocupa el lugar funcional de lo simbólico porque en esta falsa identidad del objeto con su imagen, la identidad del uno, si la ilusión del espejo no se sostiene, se cumple al precio de la muerte del otro. Existe así una lucha a muerte del hombre y su doble, del hombre y su sombra, que da cuenta de los fracasos de la ilusión de la identidad, tal como la ofrece el espejo.

La relación simbólica, la posibilidad de articular una cadena significante, comienza con un apoyo sobre un objeto sin imagen especular cuyo prototipo es el disco que lleva el punto Φ tal como se desprende del *cross-cap*.

Existen, en efecto, objetos sin imagen especular, que Lacan define con el término de objeto *a*: el pecho, las heces, la mirada y la voz.

El *cross-cap* da cuenta igualmente de su articulación con el punto Φ . Los objetos sin imagen especular son imágenes sin doble. Así sucede con la esfera a la que Lacan refiere el pecho,⁴ y con el toro, al que Lacan refiere el escfalio, las “heces”. Son objetos cuyos ejes de simetría interna hacen que sean su propio inverso; objetos, en cierto modo, anteriores a la distinción derecha o izquierda, anteriores a la creación de la torsión.



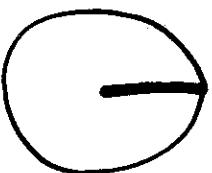
EM:

Recordemos que es posible aplicar sobre el toro un corte que lo transforma en una banda de Moebius bilátera de cuatro semitorciones, derecha o izquierda según el trayecto del corte alrededor del agujero central. Reaparece así la posibilidad de un giro, derecho o izquierdo, que no existe en la esfera. En una cierta diferenciación de las estructuras con relación a este giro, una complicación creciente puede dar cuenta de la impresión de progreso observada a menudo como tal en la clínica. No se trata de llevar esto a la categoría de principio explicativo, sino más bien de mostrar la forma en que las propias estructuras proporcionan esta ilusión.

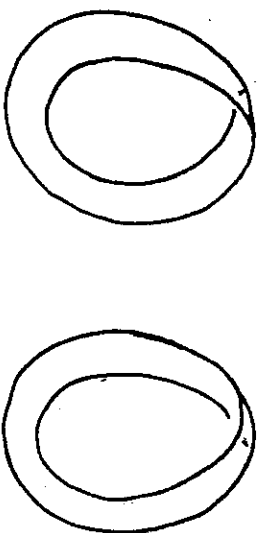
Las otras dos estructuras sobre las cuales Lacan asienta los dos objetos *a*, la mirada y la voz, son el *cross-cap* y la botella de Klein. Estas superficies rebasan la distinción derecha-izquierda, la envuelven, podríamos decir, no como un ser sin sexo, asexuado, sino como un ser que tendría los dos sexos. Ponen en escena, juntas, las dos posibilidades de giro, derecho e izquierdo.

El recurso al mito platónico del andrógino no es anodino. Hay, en efecto, en estas estructuras una resistencia a la representación, o un efecto de obscenidad que se aproxima, existencialmente hablando, a la fascinación o a la repugnancia que provoca la evocación de los órganos genitales, sobre todo en la figura del hermafroditismo.

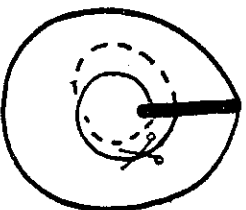
Veremos, en efecto, en este lugar el papel de Φ , el símbolo fálico.



Sobre el *cross-cap*, Lacan apoya ese objeto *a* que es la mirada:



Es un objeto sin imagen especular porque la banda de Moebius, que sirve para su construcción, pierde su dispartidad derecha-izquierda. Como hemos visto, la torsión es reemplazada por un recorte, en el momento en que plegamos la banda de Moebius en el sentido del largo. Sobre este *cross-cap*, lo recordamos, Lacan asienta el corte del fantasma que desprende un objeto.



La mirada es ese objeto que cae, desaparece como tal, en la asunción jubilosa del estadio del espejo.

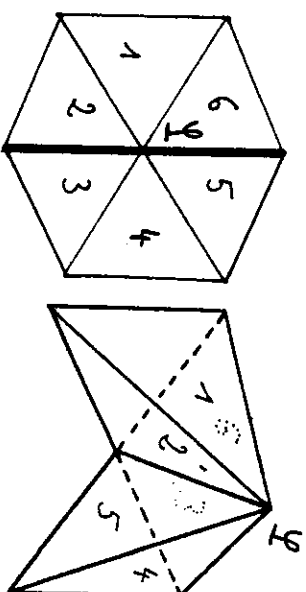
En el mismo registro se sitúan dos puntos de estructura: por una parte, las palabras que remiten al pensamiento del registro de la mirada y de la visión. Por otra parte, el *cross-cap* permite referir la función del punto Φ . Pues bajo el término de Φ , Lacan subsume todos los objetos *a*.

No puede extrañar, entonces, que este punto Φ , si bien es teóricamente localizable en todas las estructuras, lo es muy particularmente a partir del *cross-cap*.

En la pulsión escópica el objeto *a* es más evanescente que en ninguna otra, lo que no carece de relación con el lugar de la visión en el estadio del espejo.

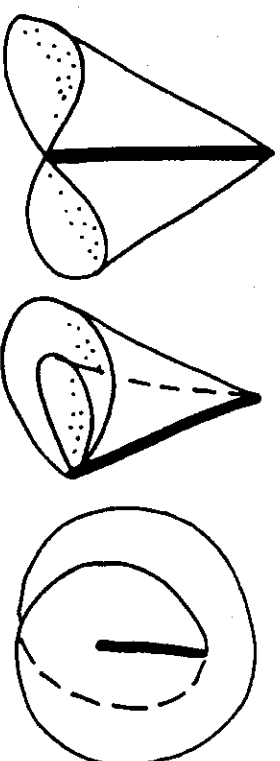
De hecho, el corte sobre el *cross-cap* desprende una banda de Moebius derecha o izquierda según su desple-

gue, y un único objeto *a*, el disco, más precisamente una inversión del disco, es decir, un disco provisto de una línea de recorte conforme lo muestran los dibujos siguientes:



Los números que aparecen sobre el disco remiten al orden de montaje de los triángulos en el cono en ocho.

Después hay que interiorizar el rizo del ocho y, mediante un desplazamiento de la mirada de un cuarto de torsión, ver el cono desde arriba:



La disparidad derecha-izquierda no tiene vigencia en estos ejemplos.

Sobre este disco se sitúa el punto Φ que asegura la estructura del *cross-cap*.

Aquí es oportuno recordar las tres modalidades pulsionales determinadas gramaticalmente por Freud: el pasivo, el activo y el pronominal (la voz media del griego antiguo). No es que las dos diferencias se recubran, sino que en realidad la lengua traduce, con sus propios medios, una disparidad topológicamente situada en otra parte. Pues el despliegue de los tres objetos, después del corte del fantasma-

ma, su sumersión en nuestro espacio ordinario, dan una banda de Moebius izquierda, una banda de Moebius derecha y un disco bilátero.

La pareja imaginaria del estadio del espejo deja en vacío el lugar marcado empero por el punto Φ , que permite subsumir en esta organización, llamada *cross-cap*, a todos los objetos *a*.

Más allá de la identificación imaginaria con su imagen, el sujeto se identifica también con un tercer término, “el del ternario imaginario, aquel en el que el sujeto se identifica opuestamente con su ser de viviente [y que] no es otra cosa que la imagen fálica cuyo develamiento en esa función no es el menor escándalo del descubrimiento freudiano”.⁵

Según Freud, la función imaginaria preside la ocupación [*investissement*] del objeto narcísico. Hemos mostrado que “la imagen especular es el canal que toma la transfusión de la libido del cuerpo hacia el objeto. Pero a condición que una parte [de la libido] quede preservada de esta inmersión, concentrando en ella lo más íntimo del autoerotismo. Su posición ‘en punta’ en la forma la predispone al fantasma de caducidad en el que viene a acabarse la exclusión en que se encuentra de la imagen especular y del prototipo que constituye para el mundo de los objetos. Es así como el órgano eréctil viene a simbolizar el sitio del goce, no en cuanto él mismo, ni siquiera en cuanto imagen, sino en cuanto parte faltante de la imagen deseada.”⁶

Esta cita recuerda que en el momento mismo en que las estructuras del objeto *a* se diversifican, el punto permanece central para la organización funcional de ese objeto, que diferencia a las pulsiones.

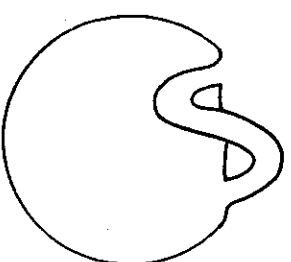
Sobre la esfera y el toro, el falo ha de ser buscado en el Otro, presente con todo el peso carnal de un cuerpo en la organización de la pulsión. Sobre el *cross-cap*, está ahí de derecho, diremos nosotros. Sobre la botella de Klein, por último, debe ser postulado.

El objeto *a* permanece como un punto de articulación entre fantasma, pulsión y “pasiones del ser” (el amor, el odio o la ignorancia). Excluido de la imagen especular, constitu-

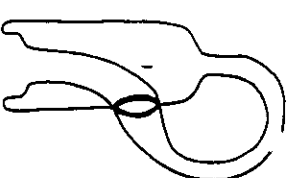
ye no obstante un agujero en la organización del Yo, permite un anudamiento con algo del Otro, del exterior.

Ya hemos evocado la esfera, el toro y el *cross-cap*. Y con referencia al problema de la torsión y del espejo, introduciremos la botella de Klein, objeto topológico al que Lacan refiere la voz.

Se trata de una esfera en la que un túnel pasa a ser un asa (véase fotografía):

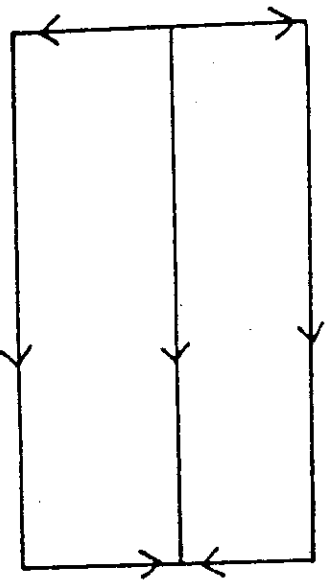


También se la puede describir como una botella cuyo fondo coincide con el gollote, operando un recorte en forma de círculo:

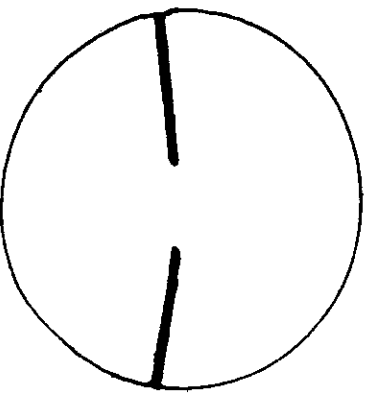


Esta estructura pone en escena un espacio cuyo interior está en continuidad con el exterior. Sólo un trayecto los diferencia. Por lo mismo que encierra un agujero central, está asociada al toro. Los topólogos muestran en qué forma un toro puede enrollarse en doble hoja alrededor de una botella de Klein.⁷

Se dice también que está construida a partir de dos bandas de Moebius pegadas por su borde, pero dos bandas de torsión diferente (el toro, a su vez, se reconstituye a partir de dos bandas de Moebius, pero de torsión idéntica):



La botella de Klein se puede representar teóricamente a partir de una esfera sobre la cual se han añadido dos cortes como el del *cross-cap*.



¿Es a partir de este último hecho como se puede posular el punto Φ sobre la botella de Klein, en un recíblamiento de la castración, la del sujeto y' la del Otro?

Lacan considera, en efecto, que "en ninguna parte el sujeto está más interesado en el Otro que por este objeto".⁸ Clínicamente, por lo demás, recordemos que la voz es el objeto que Lacan coloca en el centro "de las relaciones entre el sádico y el masoquista". Lo expresa así: "Masoch

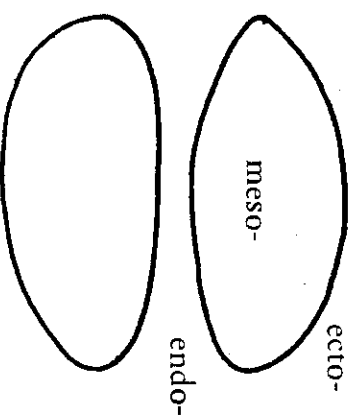
organiza las cosas de manera tal que no tenga más el habla: suscribe contratos que lo cominan a no tener nada que decir. El sádico intenta descompletar al otro quitándole el habla e imponiéndole su voz".⁹

A través de estos objetos *a*, el cuerpo está presente por sus orificios. Los agujeros del organismo prestan su borde a construcciones de las que las estructuras topológicas dan cuenta. Estas son organizaciones del agujero, y ponen en forma el espacio del agujero.

Así, pues, la voz toma en la misma estructura dos orificios del cuerpo, la oreja para oír y la boca para hablar.

La mirada pone en escena una estructura tan particular del agujero que, para dar cuenta de ella, es necesario pasar por el chiste: "se asombraba de que los gatos tuvieran, justo en el lugar de los ojos, dos agujeros tallados a flor de piel". (Reconocemos uno de los ejemplos de Freud en su estudio sobre los chistes.) El toro encierra en la misma organización la boca y el ano.

Se trata de los dos orificios de un mismo agujero: el canal o el tubo digestivo. Se trata, además, de la estructura física del conjunto del cuerpo. Con carácter analógico, podemos escribir sobre esta presentación del toro las tres partes del cuerpo: ectodermo, mesodermo, endo...



La esfera construye el agujero sobre su renegación. El pecho viene a completar la boca de la cría humana. La organización psíquica del sujeto remite entonces a una totalidad de la que el pecho desprendido de la madre forma parte.

El empalme, dos con dos, de los objetos *a* encuentra una nueva razón de ser. El *cross-cap* y la botella de Klein son dos estructuras de espacio unilátero. Ellas ponen en continuidad el interior y el exterior. La voz y la mirada están sobre el cuerpo, por las vías bien específicas de los órganos sensoriales. Se trata de los únicos pasajes del espacio exterior en el espacio mesodérmico. Sólo puede dar cuenta de ellos una organización unilátera y moebiana del espacio.¹⁰

Los cuatro objetos *a* carecen de imagen especular, porque son agujeros, organizados después específicamente.

Hay, por lo tanto, dos especies de objetos que dividen el conocimiento humano: aquellos de los que el espejo da una identidad y una substancialidad que no es más que el reflejo del Yo, y aquellos que vienen a tapar el agujero, a organizarlo, a velarlo. El fracaso de esta función hace surgir o brotar la angustia de castración.

Clinicamente, Lacan acaba resaltando una distinción entre dos imaginarios: "el verdadero y el falso".¹¹

El falso imaginario remite a las ilusiones necesarias del espejo; el verdadero remite al fantasma, al deseo, a la angustia.

Esto explica el que haya opuesto siempre i(a), la imagen del otro, al objeto *a*.

Notas

¹ *Écrits* de J. Lacan, "D'une question préliminaire à tout traitement possible de la psychose" (cit.).

² Jacques Lacan, "L'agressivité en psychanalyse", *Écrits* (cit.).

³ *Écrits* de J. Lacan, "D'une question préliminaire à tout traitement possible de la psychose" (cit.).

⁴ Seminario del 26 de marzo de 1969, no publicado, "D'un Autre à l'autre".

⁵ *Ibid.*, "Traitement possible de la psychose".

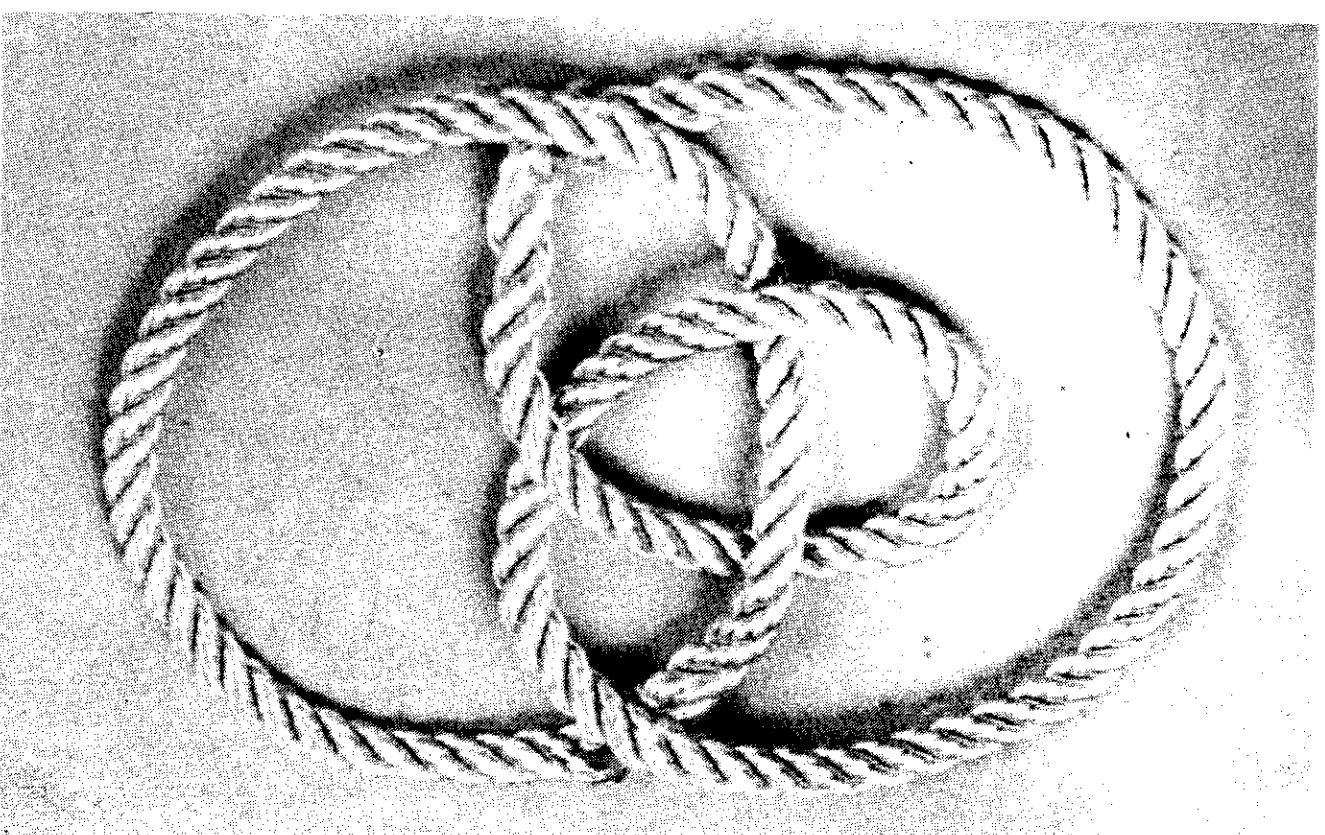
⁶ *Ibid.*, "Subversion du sujet et dialectique du désir".

⁷ "Le Retournement de la sphere", *Pour la science*, enero de 1981.

^{8, 9} Seminario del 26 de marzo de 1969, "D'un Autre à l'autre".

¹⁰ Seminario del 16 de mayo de 1962, no publicado, "L'identification".

¹¹ *Ibid.*



El nudo llamado "del fantasma"

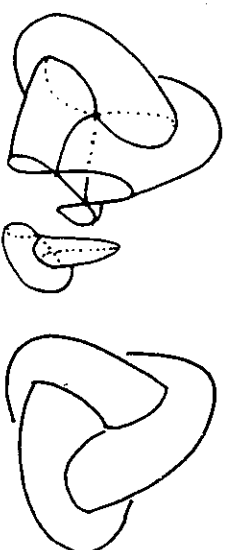
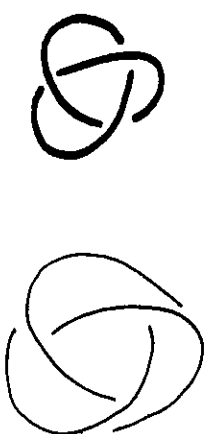
Capítulo 6

DE LAS SUPERFICIES A LOS NUDOS

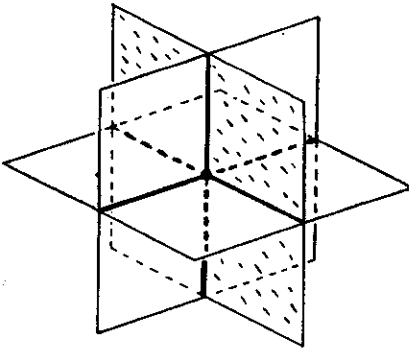
En su avanzada topológica, Lacan pasó del uso de las estructuras de superficie a los nudos.

Este pasaje constituye un problema por lo mismo que no existe concepción matemática que englobe estas dos partes, muy ligadas sin embargo, de la topología general.

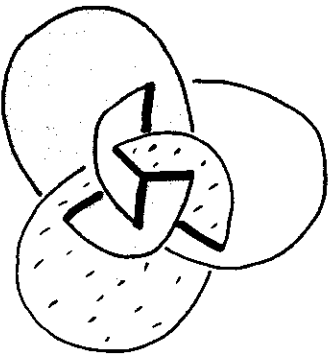
Tenemos así que una banda de Moebius de tres semitorsiones anuda su borde en un nudo de trébol: sobre el plegado de este nudo de trébol puede construirse una nueva inmersión del plano proyectivo conocido con el nombre de "superficie de Boy",¹ cuya estructura muestran los dibujos siguientes:



Esta superficie de Boy instala lo que se denomina un "punto triple". Cuando tres superficies se recortan, definen un punto: cuando son dos, definen una línea (lo hemos visto).



Este punto triple aparece también en el montaje de las superficies sobre el nudo borromeo:



¿Cómo se ligan nudos y superficies?

Varias respuestas, o mejor dicho varios trayectos, permiten dar cuenta de esta ligazón y del recorrido que llevó a Lacan de lo uno a lo otro.

Las superficies y los nudos tratan de las posibles articulaciones entre los elementos de una estructura.

Con su presentación espacial, las superficies ponen en

cuestión, y hasta ponen a trabajar, la concepción esquemática de la estructura, aquella que ya se encuentra obrando en los desarrollos de Lévi-Strauss. En ellas la noción de espacio es fundamental.

Los nudos, en cambio, se apoyan únicamente en la operación del corte.

En las superficies, Lacan realiza un uso operatorio del corte. En esto innova. Este uso es esencial para la topología lacaniana al servicio del psicoanálisis. El corte da cuenta del acto analítico; esencialmente, de la interpretación.

Ahora debemos insistir sobre el aspecto subversivo de este uso del corte sobre las superficies.

En matemáticas, el corte está al servicio de la definición de superficies, en el afán de diferenciarlas y poder así clasificarlas y enumerarlas. (Cf. género. *)

Lacan subvierte completamente esta lógica. Lo que en él prima es la voluntad de operar sobre la superficie, de producir una historia de ésta, de hacerla atravesar por un movimiento, de permitir el habla porque así sale del estancamiento atemporal de las estructuras.

Esta subversión conduce a Lacan a la teoría de los nudos. Los nudos ponen esta operación a trabajar. Un nudo se define negativamente por la necesidad del corte.

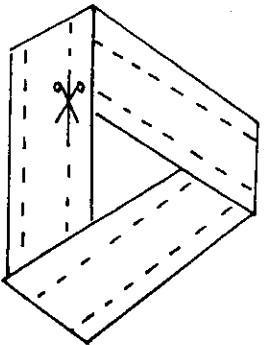
Es nudo todo entrelazamiento de hilos que es preciso cortar para que desaparezca. El corte conduce también topológicamente al nudo. Hay cortes sobre las superficies que crean nudos.

El resultado de la operación del corte es un nudo.

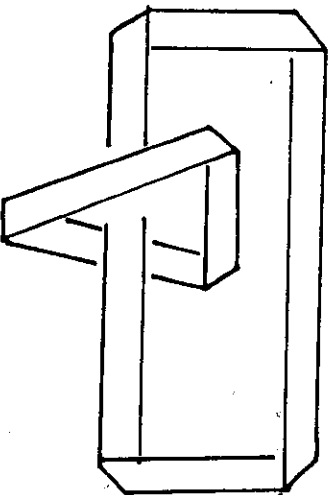
Así, un corte mediano de la cinta [ruban] de Moebius deja la banda entera pero con cuatro semitorciones.

Cortada una vez más, esta banda se divide en dos partes, pero anudadas. Las fotografías lo ponen claramente de manifiesto.

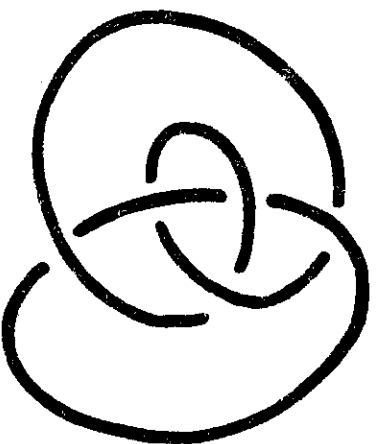
Sobre la cinta de Moebius, un corte que rodea dos veces el agujero central divide la superficie en dos pedazos, pero están anudados.



De estos dos pedazos, uno es una banda de Moebius, de una sola semitorción, como al comienzo, y el otro es una banda de cuatro semitorciones. Se obtiene la creación de dos objetos, uno bilátero y el otro unilátero. Esta operación

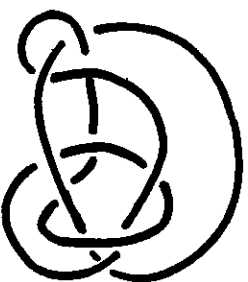
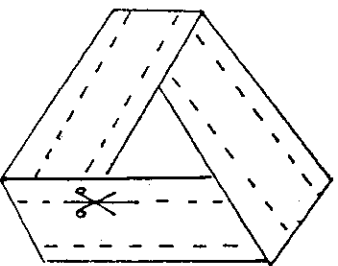


evoca el corte denominado "del fantasma" operado sobre el *cross-cap*.² Por otra parte, el anudamiento evoca el nudo denominado del fantasma: se trata de un ocho interior y de un redondel, del borde de una banda de Moebius y del borde de un disco (véase fotografía).



Dicho de otra manera, el fantasma como corte sobre las superficies, o nudo, está en el meollo de este tránsito de las superficies a los nudos.

Sobre la banda de Moebius de tres semitorciones, el corte en ocho interior da dos pedazos así anudados:



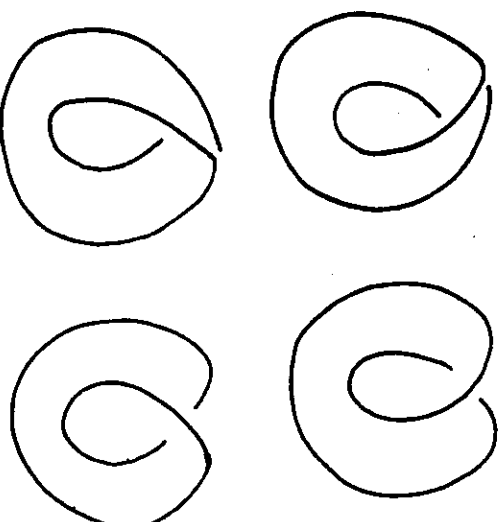
Hay dos superposiciones de más, en relación con el nudo del fantasma. Lo asombroso es que lo real de nuestro espacio cotidiano se mantenga en esa imposibilidad de alcanzar, por un corte de superficie, el nudo llamado del fantasma.

Retomemos el problema a partir de la torsión de las superficies que son la expresión de nuestro espacio cotidiano y de sus características propias. Hemos visto, en variados aspectos, la importancia de la torsión en la topología de las superficies, así como la forma en que permite dar cuenta de la experiencia analítica. La torsión desempeña aquí un papel primordial, toda vez que alrededor de la diferencia especular y no especular se juega la constitución del objeto a y el desconocimiento propio de la organización del Yo. La torsión ocupa su lugar fundamental en esta distorsión.

Sin embargo, hasta hoy en día la topología de los matemáticos descuida la torsión. Una banda es bilátera cualquiera sea el número de sus semitorciones, siempre que este número sea par. En el campo del psicoanálisis, la torsión de una superficie hace que el corte sea operatorio y creador de nudos. En este aspecto, la semitorción de una banda de Moebius es ejemplar.

Ella escribe la diferencia fundamental de las superposiciones.

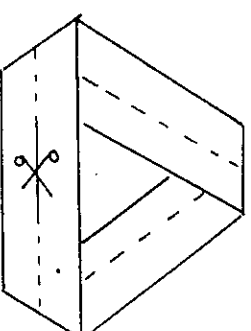
Hay dos, como hay dos bandas de Moebius, según el sentido de la torsión:



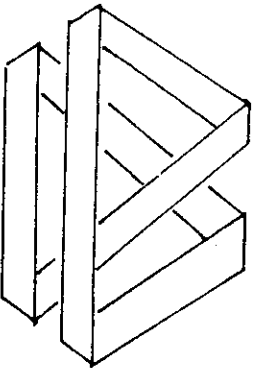
El dibujo del ocho interior que da cuenta de ello presenta una superposición arriba-abajo o una abajo-arriba. Una vez más, la banda de Moebius es ejemplar.

Además, si la superposición escribe el sentido de la torsión derecha o izquierda, por otra parte deja caer la característica cóncava o convexa de una superficie. En este sentido la superposición procede (y el nudo con ella) de un fenómeno de simplificación de las superficies.

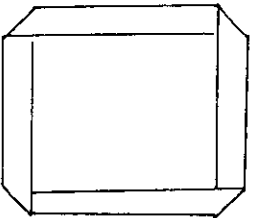
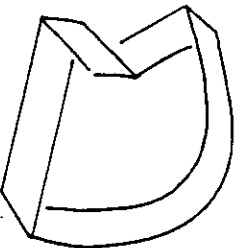
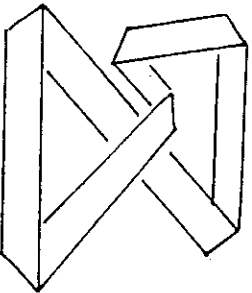
De este modo, cuando se traza la historia del corte de una banda de Moebius de una sola semitorción, se advierten las complicaciones a que está sujeta esa historia, centrada en las torsiones.



El corte crea un segundo borde y multiplica las semitorciones por dos; levantamos el rizo de adelante, lo cual hace desaparecer una semitorción en una de las ramas del ocho, y deja dos en la otra: las semitorciones se desplazan.



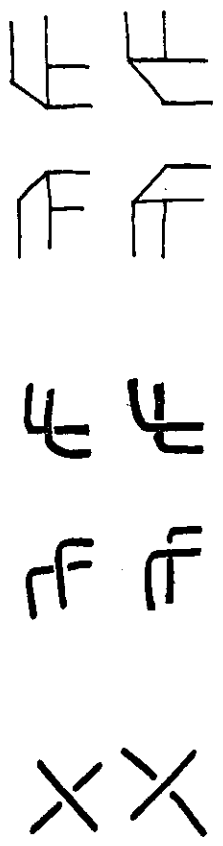
Se suprime el autocruce desplegando el rizo de abajo: desaparecen dos semitorciones pero, así desplegada, esta rama ya no se puede aplanar.



El autocruce, el “arriba-abajo”, equivale a dos semitorciones. Desplazamos las semitorciones y transformamos una torsión, digamos convexa, en torsión cóncava, lo cual modifica el sentido de la torsión.

Vemos aparecer aquí cuatro acontecimientos susceptibles de afectar a una semitorción: derecha, izquierda; adelante, detrás.

Las superposiciones dejan caer una de estas oposiciones.

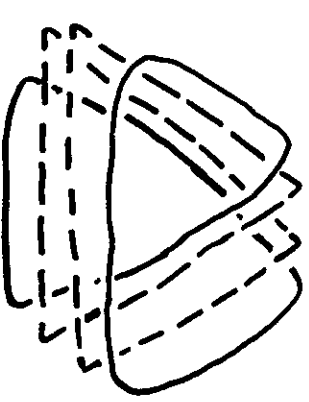


En este estadio, si consideramos un recorrido de hilos, ya no hay más que dos destinos posibles: pasar por debajo otro hilo —que puede ser el mismo en otro momento de su recorrido (autocruce)— o por arriba, mientras que una superficie se tuerce a la izquierda, a la derecha, hacia adelante o hacia atrás.

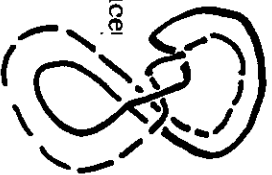
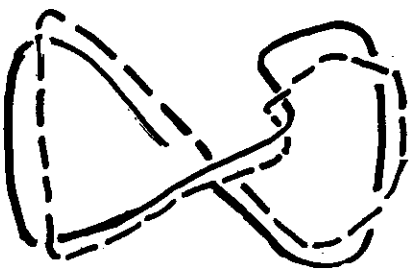
Por este hecho, la historia del mismo corte sobre la banda de Moebius es más sencilla de trazar.

Atenderemos sólo a la historia de sus bordes y a su anudamiento:

desplegamos el rizo

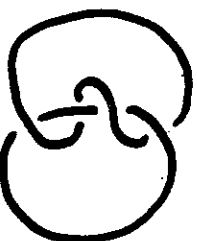


suprimimos las superposiciones de los dos rizados (no están anudados)



ahora, el autoocuce:

aquí notamos que este nudo no es el nudo del fantasma, porque el rizo interior del ocho no se sostiene



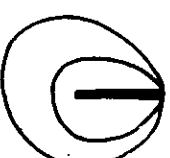
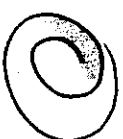
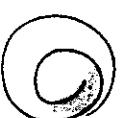
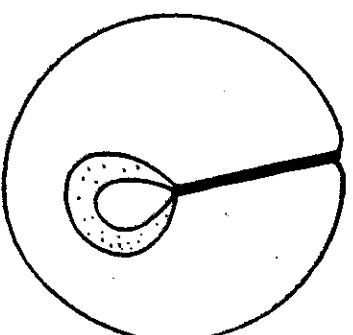
De este modo, si el nudo es una simplificación de la escritura, para el fantasma las dos escrituras tienen su razón de ser. Es, en efecto, operación simbólica y función imaginaria.

El corte sobre el *cross-cap* da una banda de Moebius cuyo sentido de torsión no está especificado.

En el lugar de la torsión, hay una línea de recorte. Aquí, la superficie suprime una diferencia carente de efecto.

En cambio, el disco que queda tras el corte conserva su pertinencia, en relación con el redondel simple del nudo, puesto que está construido sobre un ocho interior.

Recordemos que lleva el importante punto Φ :



El nudo denominado "del fantasma" también está formado por dos hilos, redondel simple del disco y ocho interior de la banda de Moebius. Los lugares son intercambiables.

Uno se convierte en el otro y viceversa.



Este intercambio escribe, en el nivel interno de los nudos, los efectos de espejo de las superficies retorcidas. El fantasma es una función imaginaria.

Vamos de qué modo este nudo se sitúa sobre el *cross-cap*, como corte anterior a la torsión, efecto de constitución simbólica del objeto a y con los nudos que engloban los efectos especulares mismos. Es, en efecto, un nudo cuyas formas múltiples pueden prestarse casi a una simetría. Además, "hay" dos, uno izquierdo y uno derecho, diremos nosotros, aunque aquí ya no se trate de semitorción: el uno es la imagen especular del otro.



Así, de la torsión de las superficies a los nudos hay escritura, simplificación, pero también un cambio radical de naturaleza, una ruptura, un salto de lo imaginario a lo simbólico que es imposible no considerar.

Si el corte crea nudos sobre las superficies, son nudos formados por dos hilos. Todos son borromeos. La cualidad borromea les es trivial. Sea cual fuera el anudamiento, como no hay más que dos consistencias, es suficiente cortar un solo hilo para que el nudo desaparezca. La cualidad borromea comienza en tres.

La función negativa del corte en los nudos sirve a la definición como operación *a contrario*. "Es nudo un entrelazamiento de hilos que un corte puede hacer desaparecer."

El nudo borromeo desempeña aquí un papel ejemplar, pues es el efecto más simple de anudamiento. Un solo corte y, sea cual fuera el número de hilos en juego, el nudo desaparece.

A contrario, es necesario hablar de las superficies para hacer operatorio el corte, antes de tres consistencias.

La omnipresencia del número tres en este pasaje se debe a la estructura. Lo simbólico hace tres, permite el con-teo y la nominación. Antes de él, como veíamos, hay deslizamiento, intercambio constante del uno al otro.

Precisamente con referencia a este trabajo sobre la topología, nos es posible hablar ahora de un efecto que otorga todo su valor a la avanzada lacaniana.

En *Scilicet* n° 2/3, el artículo intitulado "Pour une logique du phantasme"⁴ desarrolla un efecto de exclusión entre "topos y logos". La articulación del uno con el otro es imposible tanto como real, y da, por otra parte, necesidad a la escritura (como tercer término: ustedes están leyendo este trabajo, no lo están escuchando).

En efecto, si "logos" remite al habla, "topos" no es

otra cosa que el lugar del cuerpo. El sujeto es el efecto de esta exclusión.

¿Por qué entonces el lugar del cuerpo se encuentra excluido del habla? Ante todo podríamos decir que esta exclusión se debe al hecho de ser no-dos. Tengamos presente que la unidad del cuerpo se opone al sistema de la lógica, que se define a partir de la diada, bajo las especies del principio de identidad, de no contradicción o de bivalencia. Hace falta aquí una proposición "x f de y".

El lugar del cuerpo no puede traducirse en el orden del lenguaje sino por una serie de disyunciones de las que lo inconsciente hace acto: "el campo de formaciones del inconsciente con el que tiene que vérselas el psicoanálisis es, sin embargo, el de las formaciones de compromiso que permiten al modo de la denegación retraducir el lugar en la lógica", en una serie de divisiones:

la división hombre-mujer,
la división en objeto del deseo (a) y el conjunto de los efectos de la Demanda (A),

la del cuerpo y el goce, la división entre saber y verdad. Desde esta óptica, el trabajo sobre las superficies es una apuesta para el habla. Ese trabajo se sitúa en el orden del cuerpo, del espacio, y no en el de la metonimia propia del habla, propia de la "cadena significativa".

Los conceptos ya no son puntos de referencia, se muestran en una visión simultánea en un espacio propio donde nuestras posibilidades perceptivas corporales son puestas directamente a contribución. El dibujo viene a trabajar el espacio escópico en sus relaciones con lo imaginario de la representación. La manipulación pone en juego la habilidad manual, lo concreto de los movimientos del cuerpo.

En sus últimos seminarios, Lacan ya no habla de topología. La posición del trabajo en este campo del lugar y de sus características trae aparejada la pérdida de la posibilidad de anudar un hilo discursivo.

Lo real del dibujo y de los efectos de representación que de él derivan tiene lugar en un despliegue de la estructura atemporal de las palabras [mots]. El comienzo y el fi-

nal de un frase no están presentes. Todos los hilos están permutados, y todos son particulares, individuales, subjetivos. En esta misma óptica se sitúa la advertencia de Jacques Alain Miller a su "Tabla comentada de las representaciones gráficas" anexada a los "Escritos" de Lacan.⁵ Miller dice lo siguiente: "Si es cierto que la percepción eclipsa la estructura, infaliblemente un esquema conducirá al sujeto a 'olvidar en una imagen intuitiva el análisis que la sostiene'".

"Al simbolismo toca prohibir la captura imaginaria." Los dibujos, en tanto son "representaciones gráficas" de un análisis, ponen en escena esa captura imaginaria. En el trabajo de Lacan, es la operación de corte lo que transforma verdaderamente esos objetos representados en topología del sujeto.

Ya no hay ocultación de lo simbólico en la topología porque esa presencia de una operación evoca, estrictamente hablando, en el interior del espacio de la intuición geométrica, el surco del habla.

Por otra parte, al final de esta advertencia Jacques Alain Miller nos remite, para aprender "las reglas de transformación de la geometría intuitiva en topología del sujeto", a la nota, añadida en 1966, al esquema R. Hemos visto que esa nota instala sobre el esquema R el corte esencial a la estructura del *cross-cap*.

A *contrario*, aquí reside todo el valor de la topología de las superficies en el abordaje de las psicosis. Los efectos-límite que encuentra nuestra percepción están hechos a imagen del mundo del psicótico. Hace ya mucho tiempo que los psicoanalistas de niños hacen intervenir el dibujo en sus sesiones. Las nociones topológicas de borde, de interior-exterior, de corte, de envoltura, están constantemente presentes, así como todos los espacios donde estas nociones no aparecen diferenciadas.

Por mediación del corte se ha demostrado que la estructura misma induce ese pasaje de la escritura de las superficies a los nudos, cuando se pasa de dos a tres dimensiones.

De manera todavía más general, podemos localizar

ese pasaje en el trabajo de Lacan tal como él mismo lo definió. En su famosa trilogía "real, simbólico e imaginario", reconoce que comenzó por lo imaginario con el esquema óptico, y que después siguió con lo simbólico y por último con lo real. El nudo es real, y lo real no aparece sino como tercera dimensión. A partir del momento en que tres rondales de hilo están en juego, ya no hay efectos especulares. Hay un solo nudo borromeo.

En este dominio, el corte es ya efecto simbólico como operación, porque pone en juego, por su efectuación misma, la dimensión de la lengua. Los cortes que cuentan, psicoanalíticamente hablando, son el ocho interior, borde de la banda de Moebius, cuya relación con la creación del sentido en la lengua ya hemos considerado.

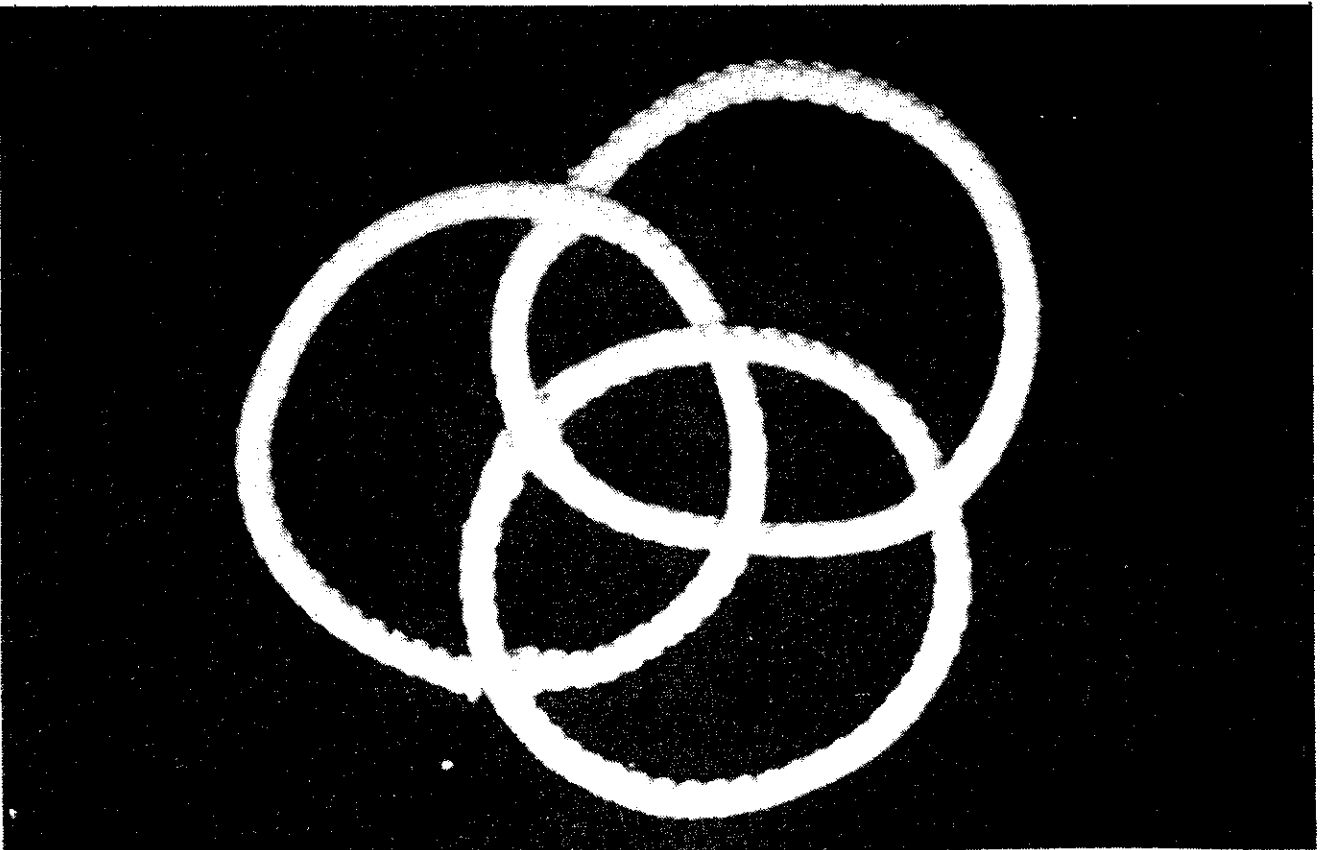
La omnipresencia del número tres se debe a la estructura. No se trata de otra cosa que del complejo de Edipo. El nudo borromeo viene a articular ese lugar del que el Edipo da la versión mítica, el nudo borromeo hace explícito esos tres, "papá, mamá y yo" que cumple función de origen.

En relación con este origen, el psicótico no encuentra su lugar y el neurótico no lo encuentra sino al precio de la castración imaginaria que sufre. Sólo en la medida en que esa castración se hace simbólica, reencontra el neurótico un camino hacia el goce.

Notas

- 1 Dibujo de J.C. Petit, publicado en *Pour la Science*, enero de 1981.
- 2 Corte sobre el *cross-cap*, cf. capítulo 5.
- 3 Cf. libro de Jean-Francois Chabaud, *Le noeud dit du fantasme*.
- 4 *Scilicet* n° 2/3, "Pour une logique du fantasme", Le Seuil, 1970.
- 5 Jacques Alain Miller, nota final en *Écrits*, de Jacques Lacan.

El nudo borromeo



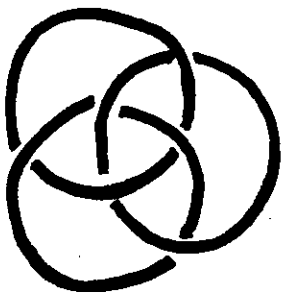
Capítulo 7

EL NUDO BORROMEO

El nudo borromeo es una cierta manera de anudar hebras. Hace escaso tiempo que los matemáticos comenzaron a ocuparse de esa parte de la experiencia humana que constituye el arte de los nudos. La discordancia es sorprendente. En la cadena de agrimensur de la que nacieron las matemáticas egipcias, ya se utilizaban nudos para marcar las medidas. Todos los años, después de la crecida del Nilo, había que volver a medir los campos, y esto se hacía por medio de nudos. es decir que el nudo forma parte de una antíquisima experiencia humana, práctica, realista, concreta, y las matemáticas son una reflexión teórica y lógica. Habrá que esperar al siglo XX para que los nudos despierten el interés de los matemáticos. Se definen entonces diferentes formas de nudos y de cadenas, según el número de hilos utilizados, según la cualidad del anudamiento y del desanudamiento. En estos estudios el nudo borromeo ocupa un lugar particular.

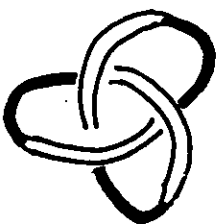
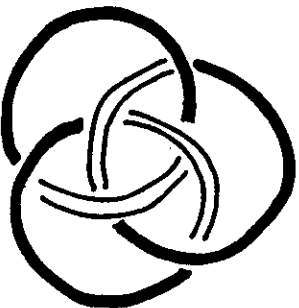
Debemos notar que sólo un abuso de lenguaje permite hablar de nudo borromeo para designar este dibujo de una cadena de tres hilos:

En efecto, un nudo está formado por un solo hilo que conoce un trayecto harto particular para no ser reducible a un simple redondel. Por el contrario, no bien son varios los hilos en juego, se habla de cadena.



Así, pues, se habla de nudo borromeo para designar una cadena borromea.

Entre todas las cadenas existentes o imaginables, el nudo borromeo ocupa un lugar aparte, porque los hilos que lo constituyen se sostienen entre sí por un nudo, o mejor dicho por una operación de anudamiento, que no deja de recordar a un nudo en sentido estricto, llamado "nudo de trébol" (en blanco en los dibujos).

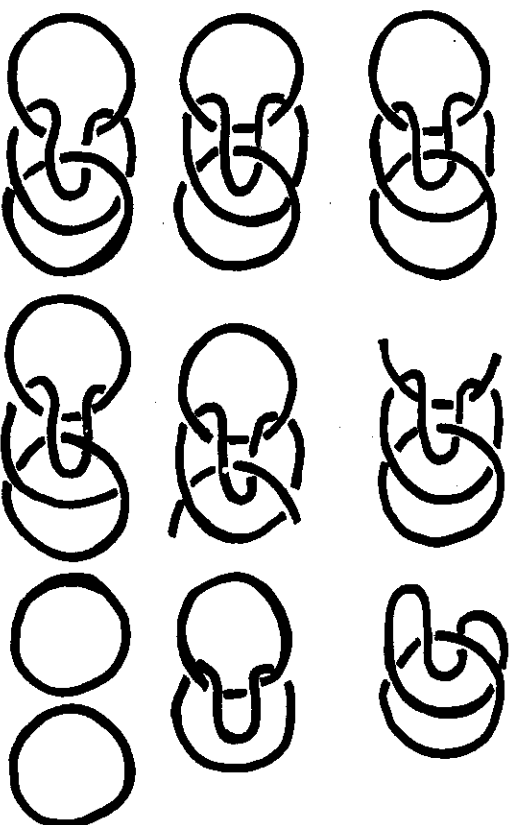


¿Qué es la cualidad borromea de una cadena?
 "Una cadena borromea es una cadena tal que si cortamos uno cualquiera de sus anillos, todo se desata". Podemos representar la cadena de tal forma que el acento recaiga sobre la posibilidad de multiplicar al infinito el número de hilos distintos:



En esta representación, llamada "cadena borromea generalizada", está claro que la hebra central, en forma de medialuna, puede ser multiplicada: el número no es pertinente en cuanto a la cualidad borromea del nudo. Basta que cortemos uno cualquiera de los hilos para que el nudo se deshaga.

Los dibujos siguientes muestran cómo se deshace un nudo borromeo de este tipo, cualquiera que sea la hebra cortada:



Hay tres maneras de cortar cualquier nudo borromeo, y ellas introducen dos aspectos esenciales del borromeo: el número tres y el aplanamiento (es decir, la manera de representar un nudo o una cadena por medio de un dibujo).

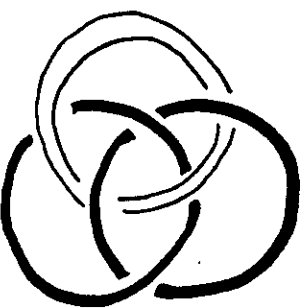
En la representación como cadena generalizada, los redondeles tienen tres trazados diferentes que reaparecen sea cual fuere el número de hebras que añadamos en el centro.

Existe otra representación, la que más frecuentemente utiliza Lacan, que presentifica en el propio trazado la función idéntica de cada uno de los redondeles, habida cuenta de la cualidad borromea.

Los tres redondeles de hilo desempeñan, cada uno frente a los otros dos, el mismo papel: hay dos hebras que están puestas la una sobre la otra, y sólo la tercera las liga conjuntamente, de manera borromea. En efecto, basta cortar uno cualquiera de estos redondeles para que todo se deshaga.



Los dibujos siguientes muestran de qué manera un solo redondel (en blanco), por una alternancia de superposición, liga a los otros dos:

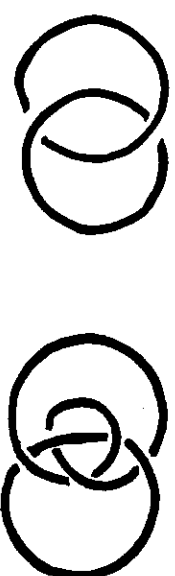


En nombre de esta homogeneidad de funciones en el trazado del dibujo, Pierre Soury asignaba al nudo borromeo de tres el papel de la unidad en la clasificación de las cadenas borromeas. La cuestión más específicamente matemática de su curso del año 1980 era "demostrar la ejemplaridad de la cadena borromea de tres en la clasificación de las cadenas". Soury agregaba que el nudo borromeo

meo cumpliría un papel central organizador en la clasificación milnoriana de las cadenas. Ello habla de la importancia de este nudo de tres anillos.

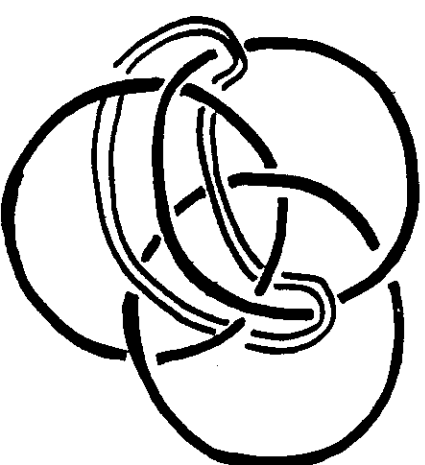
A partir de tres, recordémoslo, la cualidad borromea es pertinente.

En efecto, si anudamos, de una manera cualquiera, sólo dos de los anillos, la cualidad borromea siempre se verifica. Aquí está lo que los lógicos llaman trivial: cualquiera sea la manera en que lo hagamos, la cualidad borromea se verifica:

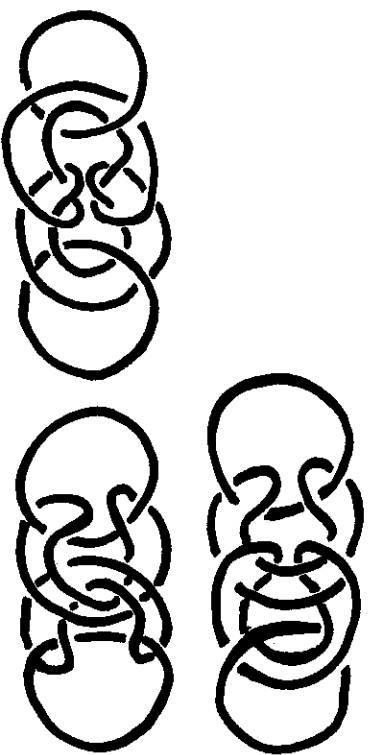


En cambio, en una cadena borromea de cuatro anillos, siempre hay aparición de subgrupos, ya sea uno y tres, ya sea dos y dos, como lo muestran los dibujos siguientes.

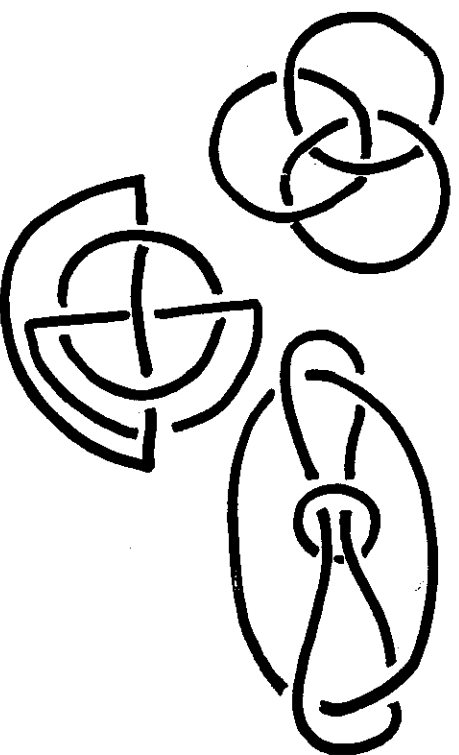
Subgrupos, uno y tres (el subgrupo de uno está en blanco):



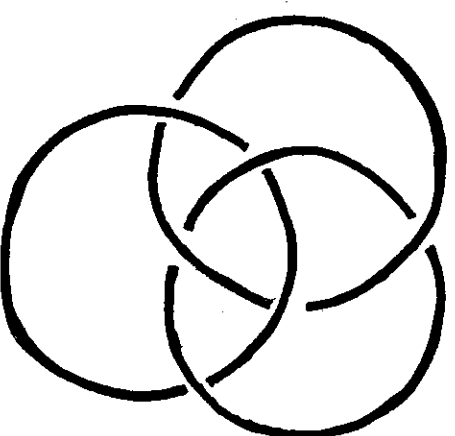
Subgrupos, dos y dos:



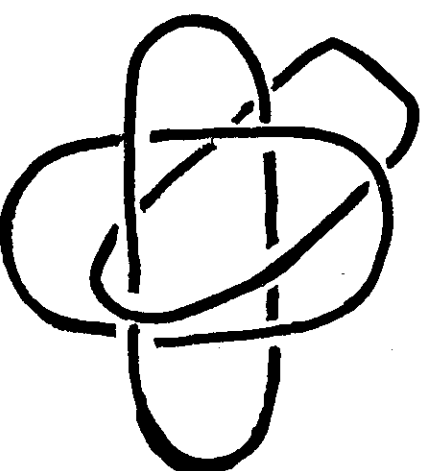
Hay múltiples maneras de presentar un nudo borromeo:



Esta presentación, clásica en el área del discurso analítico, presenta el interés de mostrar la equivalencia funcional de los redondeles entre sí: ella escribe la homogeneidad de las tres consistencias.



Esta, en cambio, la presentación armilar, así llamada porque evoca la representación de la luna y de los astros por las esferas armilares de la Edad Media, marca la diferencia entre un nudo o una cadena y los esquemas que designan conjuntos que conocen intersección y reunión:



Se olvida con frecuencia que la superposición no es un punto de intersección entre dos líneas, como en los diagramas de Venn-Euler. En las cadenas y nudos, la superposición es la letra de la dimensión imaginaria.

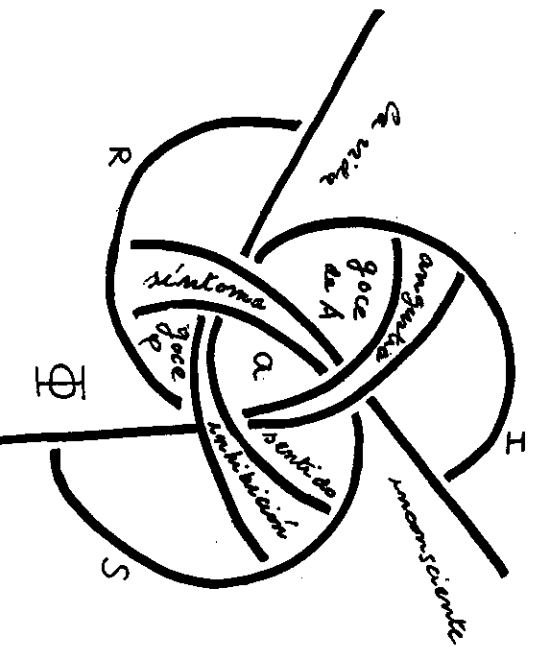
Debemos añadir que, en el campo de la topología de las cadenas y nudos, un redondele siempre puede ser repre-

sentado por una recta infinita: un círculo puede, por convención, rizarse hasta el infinito... De ahí la multitud de imágenes del nudo borromeo que Lacan extrae de la iconografía de todos los tiempos:



Lacan hace un uso particular de esta posibilidad, toda vez que hace de ella la escritura de la existencia. Pero esto nos introduce en una reflexión más compleja que vamos a tratar de llevar al aplanamiento.

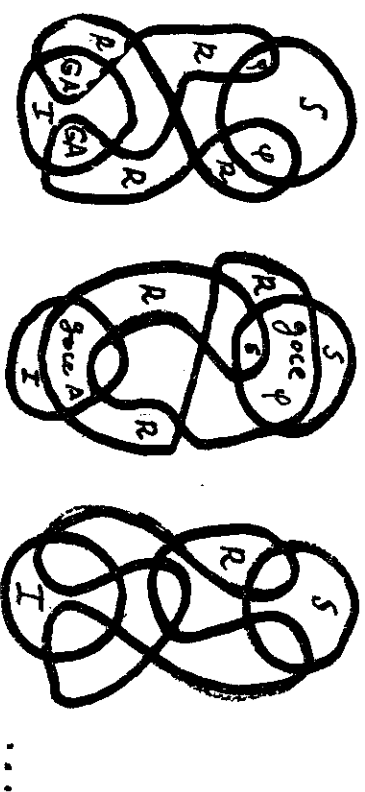
El uso analítico que hace Lacan de la cadena borromea es más explícito en el Seminario RSI, aunque sólo sea porque se apoya en un dibujo. La trilogía de lo real, lo simbólico y lo imaginario es retomada por Lacan a lo largo de este seminario y referida al nudo borromeo. Y aunque Lacan atribuya al azar la entrada en juego de la cadena borromea en su reflexión, esta cadena alcanza una necesidad que es preciso comentar. El nudo borromeo, o la cadena borromea de tres, escribe las relaciones que intercam-



bian entre sí los tres registros de lo real, lo simbólico y lo imaginario. Ellos escriben así "su común medida".

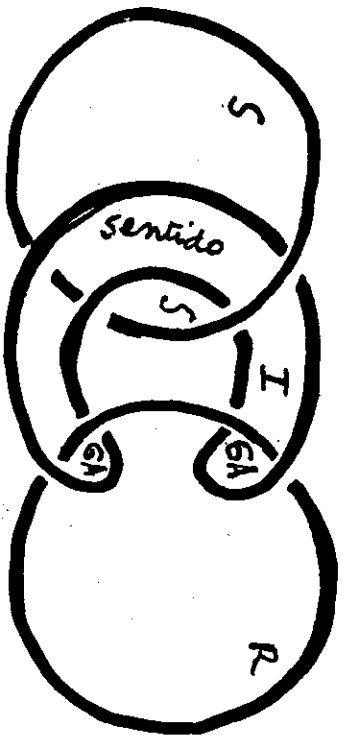
Este dibujo no es ni una representación gráfica ni un esquema, sino una escritura topológica. Al mismo título que una escritura, este dibujo hace consistir, hace existir aquello de lo que es cuestión en la práctica analítica.

El dibujo fue presentado por Lacan en su Seminario del 17 de diciembre. Su abordaje es sorprendente, y conservemos todo el sabor de este asombro, especialmente en lo que respecta a la escritura de las palabras en las playas que las líneas del dibujo delimitan. En efecto, no se trata de una intersección ni de una superficie; no tienen estas líneas nada de delimitado y ni siquiera de mensurable. De hecho, pueden variar al infinito sin transformar por ello la estructura de su relación. En su curso, Pierre Soury abordaba la cuestión de la legitimidad de esta escritura con ayuda de los dibujos siguientes:



La ausencia de ciertos términos revela ser sintomática de una organización. Por ejemplo, el dibujo que da testimonio del amor cortés no incluye el término "goce fálico".

El amor cortés es una visión del mundo que está organizada alrededor del rehusamiento estructural de la realización sexual del amor. La ausencia del goce fálico en esta forma de nudo borromeo trae aparejado el enmascaramiento completo del "objeto *a*". Lo imaginario, que está en posición mediana, es el operador del anudamiento: el amor cortés es una figura de literatura, una poética.¹



La cuestión de saber cómo calificar la escritura simultánea —si osamos adoptar esta definición— de las letras minúsculas, en los intersticios del nudo borromeo, sigue todavía en el misterio. El dibujo demuestra ser lo bastante sugestivo para, en sus transformaciones continuas, marcar lugares de ausencia, vacíos. ¿Se trata de una manera de iluminar la clínica en su infinita variedad? ¿Se trata de ilustrar la estructura en lo que ella conserva casi siempre de invisible pese a su papel organizador?

Lacan deja entrever el sentido de su proceder, aunque aconseje “usar tontamente” su topología. Escribe: “No encoiré más que una sola manera de dar común medida a estos tres términos: Real, Simbólico e Imaginario, que es la de anudarlos con el nudo borromeo”, o, más adelante: “He sido captado por el nudo borromeo”, o incluso:

“Los tres redondeles me han venido como anillo al dedo”; “Siempre supe que el nudo me incitaba a enunciar de lo simbólico, de lo imaginario y de lo real algo que los homogeneizaba”. Se trata únicamente de descubrir cómo contarlos, a partir del momento en que la cuenta comienza en tres.

Más allá del asombro que pueden suscitar estas afirmaciones, retenbamos que Lacan demanda al nudo borromeo explicar, formalizar relaciones que por lo demás no están escritas. El nudo no ilustra las relaciones entre los términos, las crea. Plantearse la cuestión, o detenerse en la imprecisión de lo que estas palabras escriben en el esquema evocado más arriba, es no tener en cuenta el proceder creativo de Lacan. El esfuerzo del seminario RSI es el de de-

cir, nombrar, escribir, formular, crear las palabras que convienen para hablar de las relaciones que mantienen entre sí lo simbólico, lo real y lo imaginario. En esta tentativa, Lacan nos invita a reubicar los términos de la indagación freudiana como puntos de luz que deben ayudarnos a concebir esta escritura. Las palabras escritas hallan después, por su lugar entre las superposiciones del nudo borromeo, una nueva dimensión estructural: “una triplicidad se redobla en otra triplicidad”.

Volvamos primeramente a la homogeneización entre los tres registros creada por el nudo borromeo. En el anudamiento, lo real, lo simbólico y lo imaginario tienen la misma función: pueden contarse como tres. Hasta ahí, en efecto, no hay ninguna necesidad de nombrar solamente tres registros más que cuatro o solamente dos. El nudo borromeo aporta esta necesidad. Lacan dice claramente que se pueden inventar otras dimensiones, y ello no impide que el nudo borromeo lleve siempre la marca del tres.

El da a cada redondel la unidad, el “uno” que es la “común medida”. Presenta como tres “uno”, lo real, lo simbólico y lo imaginario que sin embargo no se comprenden sino en sus relaciones, en su anudamiento.

Lacan va a buscar pruebas de la existencia de la cadena borromea como fundamento del pensamiento y sobre todo del sentido. Se trata de mostrar que el tres es un cifra necesario para plantear una existencia que no haga imagen... Como se dijo a lo largo de todo su seminario, las palabras empleadas están signadas por la reflexión llevada a cabo al mismo tiempo sobre ellas. En efecto, existencia e imagen son en lo sucesivo términos que hacen eco a los tres registros en lo que tienen de diferente.

Con el nudo borromeo se plantea la cuestión de la creación del sentido y de sus relaciones con lo inconsciente y el síntoma. No se puede evocar este problema, hacer sentido con palabras para hablar del sentido y de su nacimiento, sin introducir al mismo tiempo lo que está en cuestión en esa búsqueda.

Podemos comparar la avanzada lacaniana con aquellos problemas de física nuclear donde el instrumento

de medida, o sea el microscopio electrónico, modifica en sí mismo el campo de la experiencia. El examinador no ve en estas experiencias más que el instrumento de medida, con excepción de ínfimas variaciones que revelan la existencia, más allá del instrumento, del objeto de estudio.

Así, Lacan habla en términos que son definidos por palabras que al mismo tiempo miden sus definiciones y la diferencia entre las palabras y esa definición: "Si yo enuncio con el habla que la consistencia de estos tres redondeles no se soporta más que por lo real, estoy haciendo uso de la diferencia de sentido que está permitida entre RSI como individualizando a estos redondeles, especificándolos como tales. La diferencia de sentido está ahí, supuestamente toda en un cierto máximo. Pero, ¿cuál es el máximo admitido de diferencia de sentido?" Estas formalizaciones nos dejan la impresión de un pensamiento que se muere de la cosa, que no sitúa su objeto e incluso que pierde sus palabras y su sentido. En la misma introducción escrita que acompaña a la publicación de su curso oral, Lacan nos previene contra esta impresión de "futilidad" o de "debilidad": "Este es el tipo de problema que encuentro a cada paso, sin buscarlo, hay que decirlo; pero la medida misma de los efectos que digo no puede sino modular mi decir. Que le añadamos la fatiga de ese propio decir no nos exime del deber de dar cuenta de ello, al contrario. Una nota al margen puede ser necesaria para completar un circuito elidido en el seminario; no es un refinamiento aquí fútil, sino, como lo subrayo, lo mental mismo, si es que eso [¿ca/ existe?]."

¿Cómo define Lacan las relaciones entre los tres redondeles?

Intentemos resumir las definiciones diversas que aparecen en el Seminario. Se trata de dilucidar las relaciones que mantienen entre sí lo real, lo simbólico y lo imaginario, y ellas se definen respectivamente por la existencia, el agujero y la consistencia.

Los tres términos R, S e I se sostienen juntos, hacen tres, por adjunción de lo imaginario a los otros dos, "pues la triada de lo real, lo simbólico y lo imaginario no existe sino por la adición de lo imaginario como tercero". De ahí

que convenga empezar por abordar el término de consistencia.

La consistencia, que como Lacan indica equivale a lo imaginario, es necesaria para que el nudo borromeo sea, y sea tres puesto que no hay nudo borromeo sino a partir de tres. Hay necesidad de una cierta materia, y para Lacan la materia es imaginaria en lo que tiene de enclavado al cuerpo. En la enseñanza de Lacan, lo imaginario remite a la problemática de la imagen en el espejo. Lacan desarrolló extensamente esta función estructurante para el sujeto de la aparición de la imagen de su cuerpo en el espejo. Imagen de un pequeño otro al que el niño se identifica en una "pre-identificación" que signa su entrada en lo simbólico. Se trata de un anudamiento de tres registros. En esta imagen, el niño reconoce el objeto del deseo de su madre. Se identifica con él, se viste con él, y por este medio se pone a consistir el agujero simbólico, al que equivale la falta que presentifica la mirada de la madre.

De este modo se pone a consistir el anudamiento de tres: "la consistencia, para designarla con su nombre, quiero decir por su correspondencia, es del orden imaginario". Cada uno de los tres redondeles, por su anudamiento mismo, tiene su propia consistencia, porque el pensamiento, el sentido no se exponen, no se dicen sino a través de la articulación de tres registros. Para pensar lo real, hace falta una pizca de imaginario. Lacan habla de cuerda: "Elas tienen una consistencia que bien estoy forzado a llamar real, y que es la de la cuerda".

Para decir lo simbólico, el recurso de lo imaginario es igualmente necesario. Lacan remite entonces a todo lo que se vehiculiza bajo el término de computadora. Según esta óptica, lo que Freud llama "padre muerto" es una imaginización de lo simbólico.

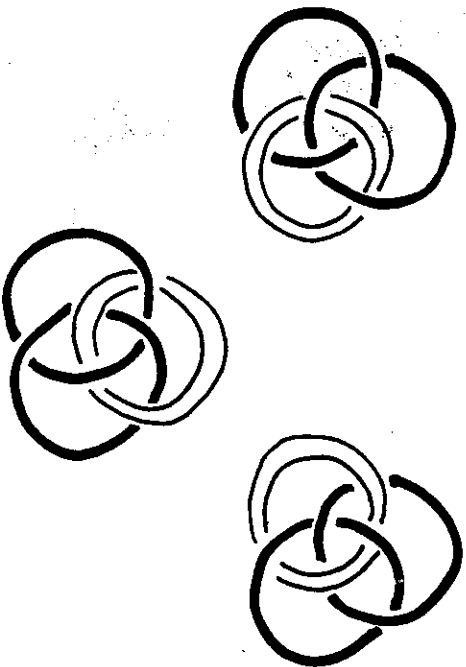
Como Lacan dice "real a la segunda potencia", habría que decir "imaginario a la segunda potencia" para evocar la consistencia de lo imaginario: "la consistencia para el *parlêtre* es lo que se fabrica y se inventa. En este caso, es el nudo en tanto se lo ha trenzado, pero justamente no es

en tanto se lo ha trenzado que él existe. Esta existencia es lo que responde a lo real”.

La existencia define otro de los aspectos de la relación entre los tres redondeles.

En el momento del anudamiento, la consistencia, la materia de cada redondele deben necesariamente entrar o salir de un agujero, sobre el cual volveremos.

En una cadena borromea dos redondeles están puestos uno sobre el otro, sin relación, libres el uno del otro, y un tercero los anuda: hay siempre, para dos de los tres redondeles, un tercero que realiza el anudamiento (en blanco en los dibujos siguientes):



Lacan define a este tercero en su función como existente a los otros dos. Ex-sistir quiere decir, más precisamente, situarse en otra parte, en otro sitio, aunque la presencia sea empero necesaria para los otros dos como punto de apoyo, de tope, de anudamiento.

Lacan, en “L’Etourdit”,² muestra la necesidad de un punto de exclusión para el sentido. Lo universal no se plantea sino por un punto que lo excluye: “no hay universal que no deba contenerse de una existencia que la niega”.

Estamos nuevamente en el meollo del problema del sentido, y una de las funciones del nudo borromeo es mostrar cómo lo que está excluido es necesario, o cómo la

ligazón se efectúa por un tercero, a partir de dos que no están anudados.

“Lo existente es lo que gira alrededor de lo consistente y forma intervalo.”

Lacan hace corresponder este término de existencia con el registro de lo real. Lo real, por definición, es lo que no está simbolizado, lo que se halla fuera de aquello que constituye sentido. Sin embargo, lo real circunscribe aquello que es concebible: “La existencia no se define sino borrando todo sentido”.

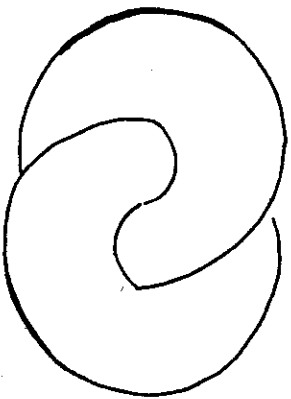
En el esquema del primer seminario del año 1974, Lacan sitúa la existencia en cada consistencia. En el propio trazado muestra que la función de un redondele es necesaria para el anudamiento de los otros dos. Lacan traza, en forma paralela a cada redondele, una línea abierta que él define como sigue: “Lo que existe en lo real del agujero, yo propongo simbolizarlo por un campo intermediario; este campo intermediario está dado por la abertura del redondele en una recta infinita aislada de su consistencia”.

En cuanto a la noción de agujero, su equivalencia en el curso del seminario varía, siendo primero real y luego simbólico. Lacan explica que el nudo borromeo permite distinguir el agujero de la existencia: la existencia es obra de esa recta infinita que anuda otros dos redondeles. “Una de las consistencias no se anuda con la otra, no forma cadena con ella”, de ahí la existencia de una tercera y la no reciprocidad del pasaje de una de las consistencias al agujero que le ofrece la otra. Para cada redondele está la necesidad de un agujero en la consistencia para permitir el anudamiento, pero este agujero se diferencia justamente del tercero que entra y sale como “operador del anudamiento”.

Al comienzo del Seminario no se ha establecido la distinción, y Lacan sitúa el agujero del lado de lo real: “De ahí la correspondencia que intento primero del agujero con un real que más tarde se hallará condicionado por la existencia”. En ese momento, en efecto, Lacan busca la definición de lo que no es consistencia en los redondeles y permite el anudamiento. Más tarde, dice: “Nos vemos llevados a

plantear que el agujero es del orden de lo simbólico, que he fundado por el "significante". Pero para pensar este agujero es preciso una pizca de imaginario, o por lo menos de los elementos de imagen que permiten elaborarlo: entonces, la topología del toro se impone.

El toro es una esfera agujereada, es decir, una deformación que encuentra el obstáculo de otra cuerda que supestandamente consiste. El agujero central del toro se imagina a partir del anudamiento de otro toro sobre este agujero, es la imagen de los toros enlazados:



Esta imagen da soporte a la metáfora del agujero. Ella aporta una consistencia que soporta esta contradicción de no tenerla: el agujero tiene una consistencia que no es imaginable. El borde del agujero se impone como representación del agujero mismo.

"Basta imaginar el círculo como cuerda consistente para ver que el adentro y el afuera son exactamente lo mismo, no hay más que un adentro; es aquel que imaginamos como el interior del toro, pero la introducción de la figura del toro consiste justamente en no tenerlo en cuenta". El toro es una superficie sin agujero, sin ruptura, alrededor de un agujero central.

En lo que respecta al agujero mismo, "nadie sabe lo que es un agujero", añade Lacan. Y sin embargo el pensamiento analítico pone el acento sobre él, aunque tal acento "más bien lo taponar". Mucho antes de los últimos desarrollos topológicos, Lacan había hablado del objeto *a* como del tapón de una nasa...

La topología es la única manera de abordar esta cuestión del agujero y conduce a nociones que no tienen nada de simples. Hay, de inicio, una dificultad de la topología que es estructural, esencial. Lacan habla incluso de aversión, leyendo aquí la traza de la represión originaria. "Por qué no ver en la aversión que esto manifiesta la traza de la represión primera [première] misma". Es una manera de echar lo inconsciente sobre lo simbólico y, más precisamente, gracias a la lectura que el nudo borromeo posibilita, de hacer de lo inconsciente "lo que existe a lo simbólico". Se puede diferenciar entonces aquello que constituye el agujero, a saber, la represión primera, de la que nunca se sabrá nada. Esta represión originaria, para seguir con la metáfora, es lo simbólico a la segunda potencia, el agujero simbólico dentro de lo simbólico. La muerte remite al agujero en lo imaginario. Y todos los orificios del cuerpo, en lo que tienen de intercambiable, constituyen lo que hace agujero en lo real: "el toro-tripa".

Así se definen y resumen estas relaciones [relations] o estas no-relaciones [non-rapports] que mantienen entre sí los tres redondeles del nudo borromeo. La consistencia como imaginario, la existencia como real, y el agujero como equivalente a lo simbólico forman tres términos de los que no hay que hacer uso sino teniendo presente todo el seminario RSI. Los conceptos de la teoría freudiana pueden ser retomados ahora en el interior de esta escritura.

Así, por ejemplo, lo inconsciente puede ser situado ahora en relación con lo simbólico, con lo imaginario y con lo real, como aquello que existe a lo simbólico, y que por lo tanto es necesario para el anudamiento de lo real y de lo imaginario. Asimismo el "falo" es necesario como "existente, al anudamiento de lo simbólico y de lo imaginario, de lo cual testimonia el 'sentido'". Nada tiene de extraño que todo sentido pueda en definitiva reducirse a la significación fálica. Su soporte es "el falo", como existente...

"Falo" e "Inconsciente" son nociones freudianas, surgidas de la experiencia analítica. Encuentran en esta escritura un lugar que transforma la enumeración de sus definiciones en una posición de estructura.

Retengamos en efecto, como conclusión, la idea de que la escritura borromea de las nociones freudianas permite una lectura simultánea, paradójica y esclarecedora, con respecto a lo que puede oír, como desenvolvimiento en la duración metonímica de un discurso, un psicoanalista en su sillón.

El nudo borromeo ofrece un soporte que no es ni un modelo, ni una ilustración, de que la verdad está tomada, suspendida en puntos variables cuyo lugar, sin embargo, siempre es localizable.

Notas

¹ Seminario "RSJ", publicado en *Ornicari*², n° 2 al 5, Le Seuil, 1974-75. El comentario toma todas sus citas de estos 4 números.

² Jacques Lacan, "L'Étourdit", en *Scilicet*, n° 4, Le Seuil, 1973.

DEFINICIONES BASICAS

Característica

Se define a partir del teorema de Euler: vértices - aristas + caras = X . Esta X es la característica de una superficie.

Es evidente que, para poder calcularla, hay que dar a las superficies una forma provista de vértices, aristas y caras. Esta presentación se conoce como "en rígidos por chapas".

Clasificación de las superficies

Existen varias maneras de clasificar las superficies topológicas según su género o su característica.

Hay dos grandes familias de superficies, las superficies no orientables y las superficies orientables. Para una misma característica, puede haber dos superficies diferentes.

He aquí el cuadro para las superficies no orientables:

característica:

1	0	-1	-2
plano proyectivo	botella de Klein	3-proyectivo	4-proyectivo
	o 2-plano proyectivo		

y para las superficies orientables:

2	0	-2	-4
esfera o cero	toro	toro de dos agujeros o 2-toro	3-toro
toro			

Entre estas dos familias hay una relación de forro; esto significa que la superficie orientable puede ser el revestimiento de doble hoja de la superficie no orientable correspondiente.

Corte dual o pareja de secciones

Son dos cortes, practicados sobre una superficie, tales que sólo tengan un único punto común.
Así, sobre el toro, hay una pareja de sección.

Dimensiones

Cada uno de los grandores necesarios para la evaluación de las figuras y sólidos. Con frecuencia se define al tiempo con el término de cuarta dimensión.

Género

Número máximo de líneas cerradas disjuntas que se puede trazar sobre una superficie sin fragmentarla (o corte). Este número permite una clasificación de las superficies.

Inmersión y sumersión

Nuestro espacio es tridimensional. Se puede hablar de inmersión de una superficie tan pronto como se hace abstracción de ese espacio y se hace intervenir fenómenos imposibles en nuestro espacio, como el recorte o el punto triple...

Por el contrario, una superficie está sumergida cuando no hace abstracción de su espacio, es decir, del medio en que se encuentra. Una hoja de papel constituye un medio, al mismo título que el espacio tridimensional de nuestra cotidianeidad.

Intrínseca y extrínseca

Una propiedad es intrínseca a una superficie, cuando se mantiene cualquiera sea su espacio de sumersión.

Una propiedad es extrínseca, cuando depende del espacio de sumersión de una superficie.

Para los matemáticos, la torsión es una propiedad extrínseca. (Lo único importante es conocer su número par o impar.)

Moebiano, espacio moebiano

Denominación rápida del espacio propio del plano proyectivo. Su inmersión, conocida bajo el término de *cross-cap*, construida sobre una banda de Moebius de una semitorción, permite comprender este uso.

Este adjetivo se emplea a menudo como sinónimo de inorientable o de unilátero.

Orientable e inorientable

En cuanto se sale de las superficies de dimensión 2, el concepto de unilátero o de bilátero ya no funciona.

El relevo lo toma entonces la orientación.

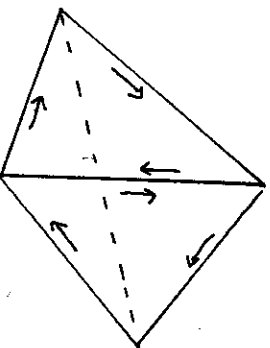
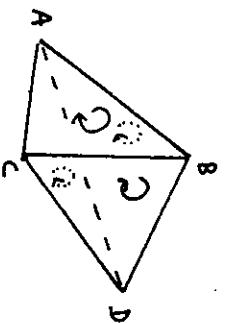
Para definirla, es preciso partir de la ley descubierta por Moebius (y que justamente le permitió descubrir las superficies inorientables).

Se parte de un tetraedro (poliedro compuesto por 4 triángulos).

Se define un sentido de lectura de los vértices de los triángulos que componen el poliedro.

Cuando se hace girar la orientación de lectura en el mismo sentido para los triángulos del poliedro, las aristas son recorridas en sentido opuesto, según que las consideremos formando parte de una cara o de la cara adyacente.

Esta cualidad es un invariante de una superficie.
(Hay que agregar que todo poliedro puede ser descompuesto en triángulos.)



Apuntemos también que este sentido no es el mismo para el observador colocado en el exterior del poliedro.

Por el contrario, se dice que una superficie es inorientable cuando, hecha la descomposición de un poliedro en triángulos, dos aristas no aparecen orientadas en el mismo sentido (cf. heptaedro de Reinhardt).

Revestimiento de dos hojas

Manipulación topológica que consiste en dar a una superficie la forma de un revestimiento de dos hojas de otra superficie. Cuando la superficie se halla en esta posición, es posible entonces, sin derogar la ley de las transformaciones continuas, hacer que estas dos hojas se peguen y transformar la primera superficie, doble, en la segunda.

Este procedimiento sirve cuando se quiere practicar una vuelta sobre sí misma de una superficie orientable. Este revestimiento de dos hojas es un punto simétrico del recorrido.

Transformación continua

Es la operación que constituye el fundamento de la igualdad en topología de superficies. Se dicen idénticas dos su-

perfiles que es posible transformar la una en la otra mediante transformaciones continuas en el dominio de las superficies.

Se define por la existencia, siempre posible, de una tangente a la curva que varía de manera continua.

Unilátera o bilátera

Se dice de una superficie, según que posea un solo borde o que posea dos. Es el concepto que Moebius saca a la luz al descubrir la banda que lleva su nombre.

La cinta de Moebius es unilátera, y también se puede decir que es no orientable.

**BIBLIOGRAFIA SUSCINTA RELACIONADA
CON LA TOPOLOGIA**

- Jacques Lacan, *Escritos y Seminarios* publicados.
 "La politique de l'ignorance", *Recherche* n° 41, publicación del C.N.R.S., setiembre de 1980.
 Jean-Claude Pont, *La topologie algébrique des origines à Poincaré*, Bibliothèque de Philosophie Contemporaine, P.U.F., 1974.
 C.P. Bruter, *Topologie et perception*, Recherches Interdisciplinaires, Maloine-Doin, París, 1974.
 Payot, *Les mathématiques de l'imaginaire*, Bibliothèque Pour la Science, Berlin, París, 1980.
 Martin Gardner, *La magie des paradoxes*, Bibliothèque Pour la Science, Berlin, París, 1980.
 Martin Gardner, *L'univers ambidextre*, traducción de C. Roux, Dunod, París, 1968.
 "Des mathématiques avec un fil et une aiguille", *Pour la Science*, traducción de *Scientific American*, n° 113, agosto de 1980.
 Curso de Pierre Soury, continuado por Jeanne Lafont, *Chaine, noeuds, surfaces*. Textos y trabajos de l'Ecole de la Cause Freudienne, París, 1981.
 Jean-François Chabaud, *Le noeud dit du fantasme*, Weber, 1984.

INDICE

Prólogo	9
Capítulo 1: El espacio, la estructura	15
Capítulo 2: La banda de Moebius	31
Capítulo 3: El toro	48
Capítulo 4: El plano proyectivo o <i>cross-cap</i>	71
Capítulo 5: De lo especular a lo no-especular (Botella de Klein)	93
Capítulo 6: De las superficies a los nudos	111
Capítulo 7: El nudo borromeo	131
Definiciones básicas	151
Bibliografía	157