
INFINITO POTENCIAL E INFINITO ACTUAL

Parar abordar este tema , es necesario disponer de la noción de biyección entre conjuntos y de cardinal . A su vez , es necesaria una distinción entre lo que es un conjunto finito y un conjunto infinito .

Habría que hacer una distinción mas .En teoría ingenua de conjuntos es posible hablar de conjuntos y de clases como sinónimos . En teoría axiomática de conjuntos (que no veremos aquí) no toda clase es un conjunto . En este caso no tomaré en cuenta esta distinción .

Una biyección entre dos conjuntos , es una correspondencia tal que a cada elemento del primer conjunto, le corresponde uno y sólo un elemento del segundo.

CONJUNTOS FINITOS

Si tomamos dos conjuntos A y B , el primero de los cuales tiene como elementos las butacas de la platea de un teatro , y el conjunto B es el conjunto de asistentes a una representación . Diremos que hay una biyección entre ambos conjuntos , cuando la sala esté llena , es decir, todas las butacas ocupadas, cada una con un solo espectador (en ninguna hay un niño “a upa”)

Cuando entre dos conjuntos hay una biyección , se dice que ambos conjuntos están coordinados . Y para que ello ocurra, si ambos conjuntos son finitos (tienen un número finito de elementos) , ambos conjuntos tienen la misma cantidad de elementos . Al número de elementos lo vamos a llamar el cardinal de conjunto . Supongamos una sala con 50 asientos, entonces el cardinal de A y de B será 50 ; 50 butacas, 50 espectadores .

En este caso, también se puede llegar a decir que 50 es la clase de aquellos conjuntos coordinables entre sí , es decir todos aquellos que tengan 50 elementos . En el ejemplo que estoy poniendo , otro conjunto coordinable sería el de los tickets correspondientes a cada una de las butacas y que se le entrega a cada espectador. Y así podríamos inventar nuevos conjuntos coordinables entre sí .

Por supuesto, podríamos armar con cada numero una clase de conjuntos coordinables entre sí y que tengan ese cardinal . Así, 7 es la clase que contiene a los días de la semana , a la clase cuyos elementos son las notas musicales , la clase de los siete primeros dígitos $\{1,2,3,4,5,6,7\}$, cualquier clase que contenga 7 letras , o 7 números , no importa cuales con tal que sean 7 .

En el caso de conjuntos finitos , NUNCA serán coordinables el conjunto y una cualquiera de sus partes (de sus subconjuntos) . Está claro que si los conjuntos son finitos, podemos decir que los subconjuntos (en sentido estricto) tienen un cardinal menor que el conjunto del cual son subconjuntos . Por lo tanto NUNCA se puede establecer una biyección entre ambos .

Sea $A=\{a,b,c\}$ .El cardinal de A es 3 (hay 3 elementos)

Entre los subconjuntos de A tenemos entre otros :

$\{a\}$ con cardinal 1

$\{b,c\}$ con cardinal 2

No se puede establecer correspondencia biyectiva entre A y ninguno de ellos (no tienen el mismo cardinal)

CONJUNTOS INFINITOS

El conjunto de los números naturales, es el mas conocido de los conjuntos infinitos . A partir de Peano, se define por inducción , es decir , a partir de un primer elemento llamado 1 , los que siguen se obtienen por un operador llamado sucesor . El sucesor es la función (+1) tal que al elemento n , le asigna

$$s(n) = n+1$$

Por lo tanto , partiendo de 1 , se tiene

$$1$$
$$s(1) = 1+1= 2$$
$$s(2) = 2+1= 3$$

Y así siguiendo. Este conjunto de números naturales , $\mathbb{N}$, se puede ubicar en una recta ocupando los extremos de segmentos consecutivos de longitud 1 , no habiendo ningún número natural entre dos naturales consecutivos (quedan huecos que no son ocupados por naturales)

1 2 3 4 5 6.......

Un **subconjunto** de los naturales es el conjunto de los números pares , que son aquellos números múltiplos de 2. Se ve entonces que a diferencia de lo que ocurre con los conjuntos finitos, aquí si es posible coordinar un conjunto ($\mathbb{N}$) con una de sus partes , el conjunto de los pares .Eso ocurre porque contamos con una biyección , que a cada natural n le asigna el natural par , 2n.

$$\mathbf{n \longrightarrow 2n}$$

Existe otra biyección que coordina el conjunto de naturales con su subconjunto de los impares , a través de la asignación

$$\mathbf{n \longrightarrow 2n+1}$$

Se puede demostrar tal como Cantor lo hizo , que el conjunto de Naturales $\mathbb{N}$ **,**es coordinable no sólo con el conjunto de Pares y el conjunto de Impares , sino también con el conjunto de enteros**, Z ,** con el conjunto de racionales $\mathbb{Q}$ **.** Por lo tanto , al cardinal de todos esos conjuntos lo llamó $\aleph_0$.

$\aleph_0$ es la clase de todos aquellos conjuntos para los cuales es posible hallar una biyección con el conjunto $\mathbb{N}$ **.**

Cantor demostró que el conjunto de números reales **,**$\mathbb{R}$ **,** no es coordinable con $\mathbb{N}$ y por lo tanto no le corresponde ese mismo cardinal aleph cero . De allí , Cantor propuso la existencia de diversos alephs , es decir, que hay infinitos "mas grandes" que otros Y le dio al infinito la posibilidad de realizar operaciones algebraicas .

Teniendo en cuenta estas consideraciones , ahora podemos abordar con un ejemplo, la diferencia entre el **infinito potencial y el actual** . Cabe señalar que esta terminología proviene de Aristóteles . Cantor habla de infinito propio e impropio .

Propongo tomar el conjunto formado por todos los elementos de una determinada sucesión , considerar y el intervalo de la recta $\mathbb{R}$**,** en la que podemos ubicar dichos elementos .

Consideremos la sucesión $\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n\in N}$. Esta sucesión es la correspondencia que a cada natural , le asigna el número real , $\frac{1}{n}$ .Por lo tanto ,si **escribimos los términos de la sucesión** diríamos que ellos son

$$\frac{1}{1},\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\ldots\ldots\ldots\ldots\frac{1}{n}\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Observamos en la sucesión que hay INFINITOS elementos . Todos tienen en el numerador un 1 , y en el denominador un número natural cada vez mas elevado . Si quisiéramos "RECORRER" la sucesión estaríamos en una "metonimia" en la cual , no accedemos nunca al último término (no existe). Esa metonimia es el **infinito potencial**. Es una cantidad inaccesible, algo así como el "horizonte" : en cuanto nos acercamos, ya se corrió .

Pero, ya dijimos que al poder poner en correspondencia esos elementos con los números naturales, el conjunto de elementos de esa sucesión es coordinable con $\mathbb{N}$ y por lo tanto, su cardinal es $\aleph_0$; **ese es el infinito actual** . Es un infinito al que se le ha puesto un nombre , y por lo tanto hay lo que llamaría una operación metafórica

Nombrar $\aleph_0$, interrumpe la metonimia .

Otra cosa interesante que se puede pensar es que , si ubicamos todos los términos de la sucesión, veremos que se van acercando a 0 sin tocarlo , y no exceden de 1 .

El mayor valor es 1 y tiene límite 0 (sin tocarlo) entonces

Y entonces, el conjunto de todos los términos de la sucesión, conjunto cuyo cardinal es $\aleph_0$, está incluido en el intervalo (0,1] de número reales , intervalo cuyo cardinal no es $\aleph_0$.

Hay mucho mas para desplegar , pero por el momento dejo acá -